

Matemaatilise andekuse toetamine alus- ja alghariduses: süstemaatiline kirjandusülevaade

Karin Konksi^a, Merle Taimalu^{b1}, Karin Täht^c

^a *Tartu Erakool SädeTERA*

^b *Tartu Ülikooli haridusteaduste instituut*

^c *Tartu Ülikooli psühholoogia instituut, matemaatika ja statistika instituut*

Annotatsioon

Kaasaegses andekuspedagoogikas on fookus nihkunud andekate tuvastamiselt arengut toetava keskkonna loomisele. Artikli eesmärk on anda ülevaade alus- ja alghariduses rakendatud tõenduspõhistest matemaatilise andekuse arengut toetavatest sekkumistest. Meetodina kasutati süsteematilist kirjandusanalüüsi. EBSCOhost andmebaasidest tehtud otsingu tulemusel valiti analüüsi 20 empiirilist teadusartiklit. Tulemused näitavad, et andekust toetavaid sekkumisi saab rakendada rühma- ja klassipõhiselt, haridusasutuseüleselt ja -väliselt. Vormiliselt jagunesid sekkumised neljaks: õpilaste grupeerimine, õppe diferentseerimine, kiirendamine ja õppekava rikastamine. Sekkumiste sisu väljatöötamisel lähtuti kõikide vormide puhul sarnastest karakteristikutest. Matemaatika valdkonnas läbi viidud sekkumised mõjutasid erinevaid arengulisi aspekte. Annete arengut toetavad sekkumised olid arendavad mitte ainult spetsiifiliselt võimekate, vaid kõikide sekkumises osalenud laste jaoks.

Võtmesõnad: andekus, kirjandusülevaade, sekkumine, alusharidus, algharidus, matemaatika

Sissejuhatus

Kaasava hariduse üks põhiidee on pakkuda vajadusi ja võimeid arvestavat õpi-keskkonda nii õpiraskustega kui ka õppekava ootusi ületavatele lastele. Õppija potentsiaali märkamine ja selle realiseerimiseks võimaluste loomine on lisaks

¹ Haridusteaduste instituut, Tartu Ülikool, Jakobi 5-305, Tartu; merle.taimalu@ut.ee.

õppeedukusele seotud ka õppija emotsionaalse heaolu ja eneseteostusega (Haataja *et al.*, 2020). Selles valguses on viimastel aastatel nii rahvusvaheliselt kui ka Eestis hakatud rohkem tähelepanu pöörama õppijate kõrgete võimete märkamise ja teadliku toetamise vajadusele (HTM, 2023).

Võimekate õppijate arengut toetavad tegevused haridusasutustes sõltuvad andekuse mõistmisest haridusvaldkonnas ja ühiskonnas laiemalt. Andekuse sisulist mõistmist on mõjutanud peamiselt kaks paradigmat (Nicholas *et al.*, 2024): esiteks andeka lapse paradigma (ingl *gifted child*) fookusega sünnipärase võimekuse tuvastamisele, õppija sooritusvõime ennustamisele ja sekkumiste pakkumisele (Worrell *et al.*, 2019) ja teiseks laiema fookusega annete arendamise paradigma (ingl *talent development*), mille kohaselt on kõrged võimed potentsiaal, mille avaldumiseks ja saavutamiseks on vaja soodustavaid sisemisi (nt huvi) ja väliseid (nt toetav keskkond) tegureid (Worrell *et al.*, 2019). Eri-nevad arusaamad andekusest on pikka aega mõjutanud ka andekust toetavate sekkumiste kujundamist ja rakendamist haridusasutustes.

Tänapäeva andekusteooriat iseloomustab püüdlus leida paradigmade ühisjooni ning integreerida erinevaid käsitlusi ühtseks mudeliks (Worrell *et al.*, 2019). Tuntuim integreeritud mudel on annete arendamise megamudel (Subotnik *et al.*, 2021). Selle järgi on andekusteoorias jõutud üksmeelele, et anded on valdkondlikud ja arendatavad, need avalduvad ja jõuavad kõrgpunkti sõltuvalt valdkonnast erineval ajal, annete arendamine vajab tööd, annete arengus on oluline roll emotsionaalsetel ja sotsiaalsetel oskustel ning annete areng jätkub ka täiskasvanueas (Subotnik *et al.*, 2021). Sarnastel alustel on välja töötatud ka Eesti andekuse ja andeka õppija definitsioonid (Sepp *et al.*, 2024). Eesti andeka õppija definitsioon viitab seejuures otseselt õppetöö kohandamise vajadusele haridusasutustes, toetamaks andekate laste potentsiaali realiseerumist (Sepp *et al.*, 2024).

Matemaatilise andekuse toetamine haridusasutuses

Kaasaegses andekuspedagoogikas on eesmärk luua arendav õppimisvõimalus, tõsta õppija enesetõhusust ja toetada eneseteostust (Worrell *et al.*, 2019). Õpikeskkond peab pakkuma väljakutseid ning võimete ja isikuomaduste proovilepaneku võimalusi (Leikin, 2014). Keskendudes üksikutele andevaldkondadele on haridusasutuses rohkem võimalusi märgata võimekaid lapsi ja toetada nende arengut (Winebrenner *et al.*, 2012).

Haridusasutustele on töötatud välja nii tõenduspõhiseid programme, mille tõhusus on uuringutega tõendatud, kui ka teoreetilisi mudeleid, et muuta annete toetamine süsteemseks ja kõikide õpilaste arenguvajadusi toetavaks (Renzulli *et al.*, 2009). Laiemas praktikasse on nendest jõudnud vähesed

(Walsh *et al.*, 2012). Õpetajatel on küll tahe võimekate õppijate vajadustega arvestada, kuid sageli napib ressursse ja oskusi (Mellroth, 2019). Ettevalmistuse ebapiisavust ja koolitusvajadust on kinnitanud ka Eesti uurimused (Taimalu *et al.*, 2019).

Selle artikli fookuses on matemaatilise andekuse toetamine alus- ja alghariduses. Matemaatika valdkonnas avaldub andekus varakult (Leikin, 2014; Olszewski-Kubilius *et al.*, 2023), vajades seega varajast märkamist ja tuge haridusasutustes. Matemaatiline andekus lasteaia- ja algkoolieas väljendub huvis probleemide lahendamise vastu, oskuses kasutada erinevaid strateegiaid ning leida uudseid lahendusi (Gruszczyk-Kolczyńska, 2019). Matemaatiliselt andekatel lastel on hästi arenenud arvutusoskus ja numbrimälu, nad mõistavad kergesti keerukaid matemaatilisi printsiipe ja põhjendusi, mistõttu tavapärase kordamisele ja harjutamisele orienteeritud õppimisviis pole nende jaoks pingutust pakkuv (Winebrenner *et al.*, 2012). Samas on uurimustest ilmnenud, et võimekatele loodud programmide järgi õppimine mõjutab positiivselt kõikide laste matemaatika-alast arengut (Casa *et al.*, 2017). Lisaks on leitud, et viis, kuidas õpitakse matemaatikat haridustee alguses, mõjutab matemaatika mõistmist ja huvi selle vastu vanemas koolieas (Gruszczyk-Kolczyńska, 2019). Paraku hakatakse teadlikke annete arengut toetavaid sekkumisi matemaatikas pakkuma sageli alles kolmandas kooliastmes (Oppi *et al.*, 2023; Smedsrud *et al.*, 2022).

Matemaatilise andekuse arengut toetava keskkonna loomiseks on vaja tõsta teadlikkust valdkondlikest sekkumisvõimalustest alus- ja alghariduses. Kirjandusülevaade nimetatud haridusastmetes rakendatud tõendus põhjustest erinevatest matemaatilist andekust toetavatest sekkumistest seni aga puudub. Avaldatud on ülevaateid üksikutest sekkumisviisidest, milles pole piiritletud ainevaldkonda ega vanuserühma: näiteks grupeerimisest (Çalışkan *et al.*, 2024), nopheõppest (Vaughn *et al.*, 1991), õppe rikastamisest (Kim, 2016), kiirendamisest (Miravete, 2023; Steenbergen-Hu *et al.*, 2011) ja diferentseerimisest (Deunk *et al.*, 2018; Nicholas *et al.*, 2024). Matemaatika või alus- ja algharidusega piiratud ülevaateartikleid on ilmunud vaid üksikuid, neist on siinse artikliga eesmärgilt lähim Sowell (1993) ülevaade eri vanuses matemaatiliselt andekatele õppijatele loodud programmidest. Trpin (2024) on koostanud ülevaateartikli õppe kohandamisest matemaatiliselt võimekatele õppijatele tehnoloogiliste vahendite abil. Kroegeri jt (2012) ülevaade on küll alus- ja alghariduses rakendatud sekkumistest matemaatikas, kuid fookusega programmide teaduspõhisusel ja seostel erinevate teooriatega. Ruiz-del-Pino jt (2022) käsitlevad loovust, Walsh jt (2012) intellektuaalset võimekust arendavaid sekkumisi alus- ja alghariduses. Ülevaadet matemaatilist andekust toetavatest sekkumistest alus- ja alghariduses pole.

Selle artikli eesmärk on anda ülevaade alus- ja alghariduses rakendatud tõenduspõhistest matemaatilise andekuse arengut toetavatest sekkumistest. Artiklis otsitakse vastust kolmele uurimisküsimusele.

1. Milliseid andekust toetavaid sekkumisi kirjeldavad teadusartiklid matemaatika valdkonnas alus- ja alghariduses?
2. Millised on alus- ja alghariduses rakendatud matemaatilist andekust toetavate sekkumiste peamised karakteristikud?
3. Millised sekkumised on tulemuslikud andeka õppija matemaatikaga seotud ja muudele arengulistele aspektidele?

Meetod

Meetodina kasutati süstemaatilist kirjandusanalüüsi. Analüüsi eesmärk oli tuua välja nii valdkonna mitmekesisus kui ka ühisosad andekust toetavates sekkumistes, olles sel moel abiks kaalutletud otsuste tegemisel alus- ja alghariduses rakendatavates praktikates.

Andmeotsing

Teadusartiklite otsinguks kasutati EBSCOhost teenuse kaudu kättesaadavaid andmebaase (vt joonist 1). Otsingu sooritamiseks kasutati järgmisi märksõnu: (*intervention* or strateg* or program* or method**) AND (*gift* or talent* or „high ability“ or „advanced learners“ or „more able“*) AND (*math* or academic* or intellect**) AND (*„primary school“ or „elementary school“ or „primary education“ or „elementary education“ or preschool or kindergarten or „early childhood education“*). Otsingut piirati eelretsenseeritud teadusajakirjades avaldatud artiklitega. Artikkel pidi olema ingliskeelne ja täistekstina kättesaadav. Tagamaks analüüsi kaasatavate sekkumiste kooskõla kaasaegsete haridussuundadega piiritleti otsingut aastatega 2005–2024.

Otsingu tulemusel saadi 1623 vastet, millest pärast dubleeringute eemaldamist jäi järele 1134. Artikli uuringusse võtmise kriteeriumeid oli kolm: 1) selles käsitleti sekkumist või programmi, mis oli temaatiliselt vähemalt osaliselt seotud matemaatika ainevaldkonnaga ja mille eesmärk oli matemaatikas võimekate õpilaste arengu toetamine; 2) artikkel põhines empiirilisel uurimisel, mis sisaldas eksperimenti või sekkumist ning selle mõju mõõtmist; 3) valimi moodustasid lasteaias- või algkooliealised lapsed. Kuna paljudes riikides tähistab „primary education“ nii I kui II kooliastet ja mitme sekkumise puhul oli kooliastmete eristamine keeruline (nt viidi need läbi paralleelselt 3., 4. ja 5. klassis),

kaasati analüüsi nii I kui II kooliaste (Eesti mõistes alusharidus ja põhihariduse 1.–6. klass).

Artiklite sobivust süstemaatilisse kirjandusanalüüsi hinnati kolmes etapis: 1) pealkirjade, 2) annotatsioonide ning 3) täistekstide põhjal. Valiku usaldusväärsuse huvides hindasid allikate sobivust üksteisest sõltumatult kolm uurijat. Pealkirjade ja abstraktide läbivaatamise etapis arvamuste lahknemisel kaasati artikkel järgmisesse lugemise etappi. Täistekstide lugemisel tekkinud eri arvamuste puhul tehti ühise arutelu tulemusel konsensuslik valik.

Pealkirjade lugemise järel eemaldati kirjed, mis olid selgelt seotud muude erivajaduste (nt õpiraskuste) või uurimisvaldkondadega (nt psühholoogia) või mille pealkirjast ilmnes selgelt, et tegemist ei olnud empiirilist sekkumist kajastava artikliga. Abstraktide läbivaatamisse valiti 220 artiklit, millest omakorda eemaldati veel 185 valikukriteeriumitele mittevastavat allikat (vt tabelit 1 ja joonist 1). Täielikult vastasid kriteeriumitele ja kaasati analüüsi 20 artiklit.

Tabel 1. Teadusartiklite valikukriteeriumid

Kriteerium	Kaasati	Jäeti välja
1) Teema	Seotud sekkumisega andekuse toetamiseks matemaatika valdkonnas	1) muud erivajadused, 2) muu ainevaldkond või liiga üldine, matemaatikaga mitteseostuv fookus 3) ei toimunud sekkumist
2) Uuringu-disain	Empiiriline uurimus (soovitavalt eksperiment), sekkumise mõju mõõtmine	Kirjandusanalüüsid, -ülevaated, teoreetilised käsitlused jm
3) Õppijate vanus	Lasteaed, algklassid (1.–6. kl), vanus kuni 12 a	7. klass ja vanemad, vanus üle 12 a

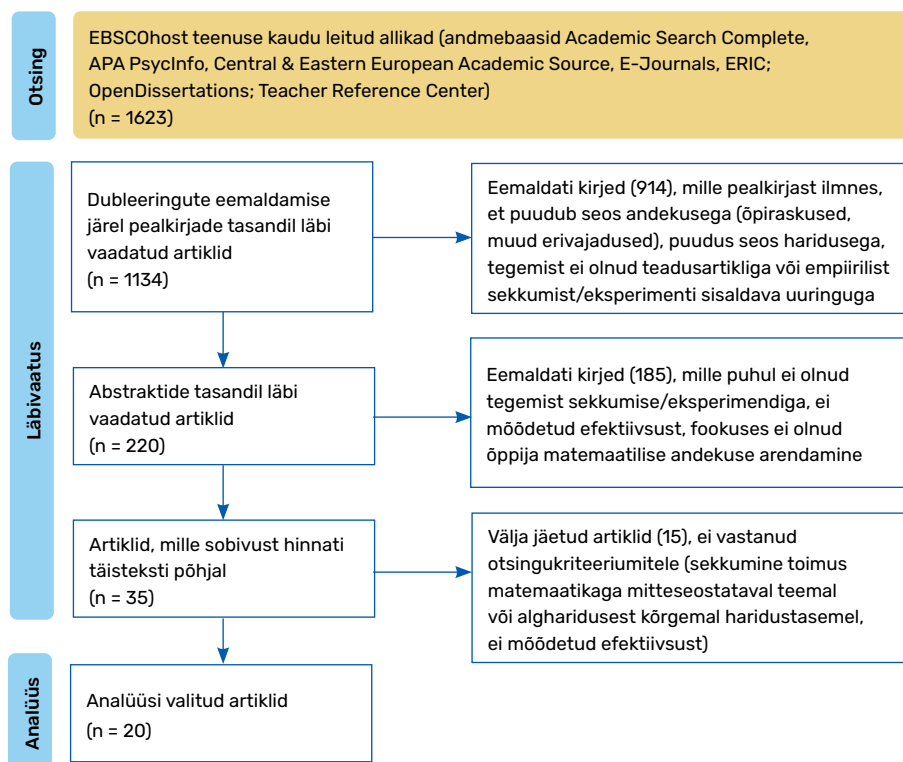
Analüüsi protsess

Kriteeriumitele vastanud 20 artiklit kodeeriti ja analüüsiti lähtuvalt püstitatud uurimisküsimustest: 1) sekkumiste kategooriad; 2) sekkumiste karakteristikud ja 3) arengulised aspektid, mille kaudu sekkumise mõju mõõdeti. Sekkumiste analüüsi aluseks võeti kvalitatiivse induktiivse sisuanalüüsi meetod, mille puhul tuletatakse süstematiseerimiskategooriad, lähtudes analüüsitavast tekstist (Mayring, 2014). Tekstidest leitud uurimisküsimuste seisukohast tähenduslikud üksused (sekkumiste nimetused, kirjeldused, tunnused, eesmärgid, tulemused) kodeeriti ja moodustati kategooriad. Artiklite juurde pöörduti korduvalt tagasi, et veenduda üksuste sobivuses valitud kategooriasse.

Kirjandusülevaatesse kaasatud artiklid

Kirjandusülevaatesse kaasati 20 artiklit aastatest 2005–2024. Suurem osa uuringutest (11) on tehtud USAs (Brulles *et al.*, 2010; Casa *et al.*, 2017; Cho *et al.*, 2015; Gavin *et al.*, 2007; Gavin *et al.*, 2009; Gavin *et al.*, 2013; Little *et al.*, 2018; Pierce *et al.*, 2011; Suppes *et al.*, 2013; Mun *et al.*, 2018; Yang *et al.*, 2023). Kolm uuringut pärinevad Türgist (Deringöl *et al.*, 2020; Eşsizoğlu *et al.*, 2022; Özçakir *et al.*, 2020), kolm Saksamaalt (Golle *et al.*, 2018; Kretschmann *et al.*, 2014; Stoeger *et al.*, 2005), kaks Hollandist (Gubbels *et al.*, 2014; Gubbels *et al.*, 2022) ning üks Ühendkuningriikidest (Boliver *et al.*, 2021).

Valitud sekkumised olid täielikult (15) või osaliselt (5) seotud matemaatika ainevaldkonnaga. Osaliselt matemaatikaga seotud artiklitest kahe puhul sekkuti paralleelselt matemaatika ja keele valdkonnas (Boliver *et al.*, 2021; Kretschmann *et al.*, 2014). Kolmel juhul oli sekkumine ainevaldkondlikult lõimitud, kuid sisaldas matemaatika valdkonnaga seotud tegevusi ja/või efektiivsuse mõõtmist (Golle *et al.*, 2018; Gubbels *et al.*, 2014; Gubbels *et al.*, 2014).



Joonis 1. Teadusartiklite süstemaatilise valiku protsess.

Valimi suurus oli artiklites erinev, varieerudes 6951 osalejast (Boliver *et al.*, 2021) 13ni (Yang *et al.*, 2018) (vt tabelit 2). Kontrollgrupp oli kaasatud 16 artikli puhul (vt tabelit 2). Sekkumiste valim koosnes kahel juhul (Casa *et al.*, 2017; Little *et al.*, 2018) lasteaia, teistel juhtudel I–II kooliastme õppijatest (vt tabelit 2).

Õppijate sekkumisse valimise aluseks olid enamasti õpetajate hinnangud kombineerituna erinevate testidega (enim nimetatud *Mathematics Scales for Rating the Behavioral Characteristics of Superior Students* (SRBCSS Math Scale), *Naglieri Nonverbal Ability Test* (NNAT), piirkondlikud tasemetestid). Kolme artikli eesmärk oli uurida sekkumise mõju kõikidele õpilastele ja seega võimekuse eelnevat tuvastamist ei toimunud (Casa *et al.*, 2017; Gavin *et al.*, 2013; Mun *et al.*, 2018). Kolmes artiklis oli lisafookuseks vähemuste ja/või sotsiaalmajanduslikult kehvemas olukorras peredest pärit matemaatiliselt võimekate laste arengu toetamine (Cho *et al.*, 2015; Little *et al.*, 2018; Yang *et al.*, 2018).

Kümnes artiklis anti ülevaade nii sekkumise väljatöötamisest, läbiviimisest kui ka andmete kogumise ja analüüsi protsessist (vt tabelit 2). Viies artiklis (Cho *et al.*, 2015; Gubbels *et al.*, 2022; Little *et al.*, 2018; Mun *et al.*, 2018; Yang *et al.*, 2023) analüüsiti juba olemasoleva programmi rakendamist ja mõju. Kolmel juhul oli tegemist tegevusuuringuga, mille käigus koguti andmeid n-ö valmis sekkumiskeskkonnas (Brulles *et al.*, 2010; Golle *et al.*, 2018; Pierce *et al.*, 2011) ning kahel juhul pikilõikeliste uurimustega, milles kasutati varem kogutud empiirilisi andmeid (Boliver *et al.*, 2021, Kretschmann *et al.*, 2014).

Tulemused

Andekust toetavad sekkumised matemaatika valdkonnas alus- ja alghariduses

Artiklites on kirjeldatud sekkumisi erineva põhjalikkusega, sõltuvalt sellest, kas fookuses on olnud sekkumise väljatöötamine ja selle mõju mõõtmine, olemasoleva sekkumise mõju mõõtmine uues kontekstis, tegevusuuringu läbiviimine sekkumiskeskkonnas või eelnevalt kogutud andmete analüüsimine.

Enamusest kirjandusanalüüsi kaasatud artiklitest (15) saab ülevaate nii sekkumisviisist (rakendatud meede koos sekkumise aja ja kohaga) kui ka sisust (programm, õppetegevused). Viies artiklis kirjeldatakse sekkumisviisi ja mõju, kuid ei tutvustata lähemalt sekkumiste sisu. Neis analüüsitakse tasemerühmade (Boliver *et al.*, 2021), klastergruppide (Brulles *et al.*, 2010; Pierce *et al.*, 2011), kiirendamise (Kretschmann *et al.*, 2014) ja lasteakadeemia kursuste (Golle *et al.*, 2018) mõju õppijate erinevatele arengulistele aspektidele.

Tabel 2. Ülevaade artiklite olulisematest näitajatest

Artikli number ¹	Viide	Programmi väljatöötamine	Andekuse tuvastamine	Valim (testgrupp/ kontrollgrupp)	Koht		Vanuse- rühm		Läbiviijate koolitamine	Sekkumise kestus
					Klass/rühm	Kool/lasteaed Muu	Lasteaed	I kooliaste	II kooliaste	
1	Boliver jt (2021)		X	6951 ²	X	X		X	X	3 a
2	Brulles jt (2010)		X	554/218	X	X		X	X	1 õa
3	Casa jt (2017)	X		210/196	X	X	X	X		12 näd
4	Cho jt (2015)		X	86/85		X		X		1 õa
5	Deringöl jt (2020)	X	X	12/12		X			X	-
6	Eşsizoğlu jt (2022)	X	X	60/60			X		X	7 näd
7	Gavin jt (2007)	X	X	200*		X		X	X	3 a
8	Gavin jt (2009)		X	193; 177/211 ³		X		X	X	3 a
9	Gavin jt (2013)	X		186/174	X			X		12 näd
10	Golle jt (2018)		X	423/2328			X	X		4 kuud
11	Gubbels jt (2014)	X	X	32/34		X	X		X	5 kuud
12	Gubbels jt (2022)		X	26/20	X				X	25 näd
13	Kretschmann jt (2014)		X	81/1668		X			X	3 a
14	Little jt (2018)		X	85/135			X	X	X	34 näd ⁵
15	Mun jt (2018)			40 ²			X		X	3+3 t ⁶
16	Pierce jt (2011)		X	161/76 127/75 ⁴		X		X		2 a
17	Stoeger jt (2005)	X	X	15/21		X				6 näd
18	Suppes jt (2013)	X	X	742/742		X		X	X	1 õa
19	Özçakir jt (2020)	X	X	53 ²		X			X	7 t
20	Yang jt (2023)		X	5/8		X		X		1 õa

Märkus. ¹Tabeli 2 järjekorranumbreid kasutatakse edaspidi ruumi kokkuhoiu eesmärgil tabelites artiklite tähistamiseks. ² Sekkumine toimus ühes grupis. ³ Sekkumises osales kaks testgruppi ja üks kontrollgrupp. ⁴ Sekkumine toimus kahel aastal erinevate valimitega. ⁵ Sekkumine viidi läbi kahes erinevas piirkonnas, ühes kolm, teises neli nädalat. ⁶ Analüüsi kaasati programmist kolm 4.–5. klassi ja kolm 6.–8. klassi tundi.

Järgnev peatükk annab ülevaate artiklites käsitletud sekkumiste viisist ja sisust alus- ja alghariduses matemaatika valdkonnas. Sekkumiste kategoriseerimisel on aluseks võetud artiklites esitatud sekkumiste kirjeldused. Esmalt on sekkumised jaotatud kategooriatesse sekkumisviisi (meede, koht, aeg) alusel. Seejärel antakse sekkumisviiside kaupa kategoriseeritult (juhul, kui seda on artiklis avatud) lühike ülevaade sekkumiste sisust, (andekus)teoreetilistest lähtepunktidest ning eesmärkidest.

Sekkumisviisid andekuse toetamiseks matemaatika valdkonnas

Valdav osa sekkumisi korraldati haridusasutustes (17), sealhulgas toimusid 14 sekkumise tegevused kooli- või lasteaiapäeva sees ja kolme sekkumise tegevused pärast koolipäeva lõppu (vt tabelit 3). Sekkumised toimusid kas rühma- või klassiruumis, haridusasutuseülel või laiema piirkonna põhisel, kaasates õppijaid erinevatest haridusasutustest.

1. Rühma- või klassisisene õppekava diferentseerimine

Rühma- või klassisisest diferentseeritud õppekava rakendamist kirjeldati neljas artiklis (vt tabelit 3). Kahes neist (Casa *et al.*, 2017; Gavin *et al.*, 2013) uuriti diferentseeritud õppekava rakendamise mõju kõikidele rühma või klassi lastele. Kahe uurimuse (Gubbels *et al.*, 2022; Özçakir *et al.*, 2020) fookuses oli õppekava diferentseerimine võimekamate õppijate võimetele vastavaks ja selle arvutipõhine rakendamine tavalises klassis. Ühendavaks jooneks on, et sekkumised toimusid koolipäeva sees lõimituna tavapärastesse tunniplaanijärgsetesse tegevustesse ning sekkumise läbiviijaks oli rühma või klassi õpetaja.

2. Haridusasutusesisesed sekkumisviisid

2.1 Grupeerimine

Haridusasutuseüleste sekkumisviisidena kirjeldati artiklites eelkõige erinevaid grupeerimisvõimalusi: tasemerühmi (ingl *ability grouping*), klastergruppe (ingl *clustering*) ning nuppeõpet (ingl *pullout*). Tasemerühmades ehk kooliülestes võimetepõhiselt moodustatud rühmades õppimise efektiivsust käsitleti kokku neljas artiklis (Boliver *et al.*, 2021; Deringöl *et al.*, 2020; Gavin *et al.*, 2007, 2009). Boliver jt (2021) analüüsisid tasemerühmade mõju kolmeaastase perioodi vältel koolidest kogutud andmete põhjal. Gavin jt (2007, 2009) ja Deringöl jt (2020) kirjeldasid diferentseeritud õppekava koostamist ning selle rakendamist matemaatilisel võimekate õppijate rühmas.

Klastergrupe kirjeldati artiklites kui kaasava grupeerimise mudelit, milles välditakse kõige tugevamate ja kõige nõrgemate õppijate sattumist ühte klassi eesmärgiga hoida klasside võimekuse taset ühtlasemana (Brulles *et al.*, 2010; Pierce *et al.*, 2011). Sekkumistes mõõdeti klasterühmas õppimise mõju matemaatika õpitulemustele.

Kolmanda võimalusena kirjeldati artiklites noppeõpet (Suppes *et al.*, 2013; Gubbels *et al.*, 2014) ehk õppijate osaajalise grupeerimise meetet, milles teatud valdkonnas võimekamate õpilaste jaoks asendatakse osa ainetunde kusagil mujal toimuvate keerukama sisuga tundidega (Vaughn *et al.*, 1991). Noppeõpet rakendati ühe või mitme erineva haridusasutuse õpilasi kaasava meetmena. Suppesi jt (2013) uurimuses osalesid õppijad õppeaasta jooksul oma koolis viiel päeval nädalas 20minutilistes noppetundides, õppides ülejäänud ajal koos klassiga. Gubbelsi jt (2014) artiklis kirjeldatud noppeõppe tunnid toimusid küll põhikooli ruumides ning koolipäeva ajal (kord nädalas 3 tundi), kuid programmis osalesid erinevate koolide õpilased.

2.2 Õppekava rikastamine

Haridusasutusepõhiste õppekava rikastavate programmidenä käsitletakse selles artiklis sekkumisi, mille tegevused toimusid väljaspool tavapäras lasteaia- või koolipäeva (pärast tunde, nädalavahetustel või vaheaegadel) ja kus tegevuste eesmärk oli mitmekesistada võimekate õppijate õppimiskogemust. Diferentseeritud õppekavast eristab rikastavaid programme õppekavaväline (lisa)fookus või eesmärk. Näiteks Cho jt (2015) ja Yangi jt (2023) artiklites kirjeldatud programmid olid seotud õppekavaga, kuid tunnid toimusid ühe õppeaasta vältel 2–3 korral nädalas pärast koolipäeva lõppu ja olid suunatud matemaatiliselt võimekate vähemuste (muukeelsed õpilased, sotsiaalselt vähekindlustatud perede lapsed) matemaatika-alase arengu toetamisele. Stoegeri jt (2005) artiklis käsitletud koolisisene õpet rikastav programm viidi läbi intensiivse kuuenädalase igapäevase sekkumisena, mille eesmärk oli arendada matemaatiliselt võimekate alasooritajate õpioskusi.

2.3 Õppe kiirendamine

Õppe kiirendamine on haridusasutuses rakendatav individuaalne meede andeka õppija arengu toetamiseks. Kretschmanni jt (2014) artiklis käsitleti klassikursuse vahelejätmist kui üht õppe kiirendamise vormi. Klassikursuse vahele jätnud õppijate arengut (sh matemaatika valdkonnas) jälgiti kolme õppeaasta vältel võrdluses aasta vanemate tavatempos õppivate klassikaaslastega.

3. Haridusasutusevälised sekkumised

Siin kategoorias on koos sekkumised, mille ühiseks tunnuseks on toimumine väljaspool haridusasutust. Golle jt (2018) artiklis uuriti piirkonna tippsooritajatele loodud erikooli programmide mõju õppijate erinevatele arengulistele aspektidele, Little jt (2018) artiklis andekuspedagoogilisel õppekaval põhineva suvelaagri mõju sotsiaalselt vähekindlustatud perede laste matemaatika õppeedukusele. Mun jt (2018) uurisid oma artiklis aga ülikoolis korraldatud huviprogrammi mõju matemaatikahuviliste laste matemaatikaga seotud hoiakutele. Eşsizoglu jt (2022) artikkel käsitles distantsõppes rakendatavat veebipõhist matemaatikateemalist õppe rikastamise programmi. Samuti sobiks siia kategooriasse Gubbelsi jt (2014) artiklis kirjeldatud koolidevaheline noppeõppeprogramm, mis selguse huvides paigutati siiski kokku teise kirjandusülevaatesse kaasatud noppeõppeprogrammiga (Suppes *et al.*, 2013).

Tabel 3. Ülevaade artiklites käsitletud sekkumisviisidest

Sekkumisviis ja sekkumise läbiviimise koht uurimuses	Toimumisaeg	Artikkel
Õppe diferentseerimine klassi- või rühmaruumis	Koolipäeva sees	3, 9, 12, 19
Grupeerimine (tasemerühmad, klastergrupid, noppeõpe) haridusasutuse sees	Koolipäeva sees	1, 2, 5, 7, 8, 11, 16, 18
Kiirendamine haridusasutuse sees	Koolipäeva sees	13
Õppekava rikastavad programmid haridusasutuse sees	Pärast koolipäeva lõppu	4, 17, 20
Õppekava rikastavad programmid väljaspool haridusasutust	Koolipäeva ajal Pärast koolipäeva lõppu Väljaspool koolipäevi või õppeperioode	6, 10, 14, 15

Matemaatika valdkonna sekkumiste sisu ja teoreetilised alused

Artiklites avatud sekkumiste sisu, teoreetilised alused ja mõõdetud arengulised aspektid on esitatud tabelis 4. Viie artikli puhul, milles sekkumise sisu ei avatud (Boliver *et al.*, 2021; Brulles *et al.*, 2010; Golle *et al.*, 2018; Kretschmann *et al.*, 2014; Pierce *et al.*, 2011), on tabelisse lisatud rakendatud sekkumisviisi nimetus. Sekkumise väljatöötamise teoreetilised alused on lisatud tabelisse juhul, kui need artiklist selgusid (vt tabelit 4).

Sekkumiste kirjeldusi võrreldes ilmneb, et vaatamata erinevale rakenduslikule vormile on nende sisu väljatöötamisel lähtutud sarnasest teoreetilisest

raamistikust. Peamiselt on toetatud kolmele andekuspedagoogilisele mudelile: *Multiple Menu Model*, *Parallel Curriculum Model*, aga ka *Grid Curriculum Model* (vt tabelit 4). Neil mudelitel põhinevate projektide M^3 (Gavin *et al.*, 2007, 2009) ja M^2 (Casa *et al.*, 2017; Gavin *et al.*, 2013) põhjal on omakorda välja töötatud uusi sekkumisi (Cho *et al.*, 2015; Little *et al.*, 2018; Deringöl *et al.*, 2020; Yang *et al.*, 2018). Kokku on projektide M^3 ja M^2 diferentseeritud õppekavad olnud aluseks seitsmele USAs (Casa *et al.*, 2017; Cho *et al.*, 2015; Gavin *et al.*, 2007; Gavin *et al.*, 2009; Gavin *et al.*, 2013; Little *et al.*, 2018; Yang *et al.*, 2023) ja kahele Türgis läbi viidud sekkumisele (Deringöl *et al.*, 2020; Eşsizoglu *et al.*, 2022).

Mun jt (2018) eelkirjeldatud mudeleid ei maini, kuid artiklis avatud programmi väljatöötamise aluseks olnud teoreetilised põhimõtted on mudelites kirjeldatutega sarnased. Erinevalt M^2 ja M^3 projektide alusel koostatud sekkumistest on Mun'i jt (2018) laupäevaprogramm aga taotluslikult õppekavaväline, kus eesmärk on uurida just selliseid teemasid, mida koolimatemaatika ei paku.

Tabel 4. Sekkumiste sisu ja teoreetilised alused

Sekku- mis- viis	Sekkumise kirjeldus	Sekkumise väljatöötamise teoreetiline alus	Möödetav arenguline aspekt	Artikkel
Klassi- või rühmapõhine õppe diferentseerimine	• Projekt M^2 (<i>Mentoring Young Mathematicians</i>) • Diferentseeritud õppekava (ÕK) lasteaiale ja 1.–2. klassile (kl) • Kõiki õppijaid kaasav sekkumine	• Renzulli • <i>Multiple Menu Model</i> (MMM) • Tomlinson jt • <i>Parallel Curriculum Model</i> (PCM)	• Matemaatika-oskused (MO)	3 9
	• <i>Acadin</i> • Interdistsiplinaarne veebikeskkond õppe diferentseerimiseks • Sihtrühm 10% tippsooritajate hulka kuuluvad 6–12 a õppijad • Huvile ja tasemele vastavad individuaalsed juhendatud tegevused teaduse, inseneeria, kunstide ja matemaatika valdkonnast	–	• Analüütiline ja loominguline võimekus	12 ²
	• GeoGebra programmil põhinev geomeetria diferentseerimine 5. kl • Aktiivõpe, ideede jagamine, arutlemine	• Van Hiele geomeetrilise mõtlemise mudel	• MO	19

Sekku- mis- viis	Sekkumise kirjeldus	Sekkumise väljatöötamise teoreetiline alus	Möödetav arenguline aspekt	Artikkel
Gruppimine	Tasemerühmad	—	• Matemaatika, emakeele ja kooliga seotud õpirõõm	1 ¹
	• Projekt M ³ (<i>Mentoring Mathematical Minds</i>)	• Krutetskii matemaatiline mõttelaad	• MO	7
	• Diferentseeritud matemaatika ÕK rakendamine tasemerühmas. 3.–5. kl matemaatiliselt võimekatele õppijatele (MVÕ)	• Renzulli õppe rikastamise mudel		8
	• Kombineerib õppe kiirendamist ja rikastamist	• MMM		
		• PCM		
	• Diferentseeritud õppesisu, protsessi ja väljundeid pakkuv programm (prg) 5. kl MVÕ	• Kaplani <i>Grid Curriculum Model</i> (GCM)	• Matemaatikaga seotud hoiakud (MH)	5
	• Matemaatika lõimitud muusika, teaduse, kohaliku kultuuriga	• PCM		
Noppeõpe	Klaster	—	• MO	2 ¹ 16 ¹
	• <i>Stanford University's Education Program for Gifted Youth</i>	—	• MO	18 ²
	• Matemaatika ÕK individualiseerimine tehnoloogia abil 1.–5. kl MVÕ			
Noppeõpe	• Koolideülene triarhiline õppe rikastamise prg andekatele 5.–6. kl õpilastele	• Sternbergi triarhiline intelligentsus-teooria	• Kognitiivne ja sotsiaalemotionaalne areng	11
	• Robootika, matemaatika, uurimine ja disain		• Teadusega seotud hoiakud	

Sekku- mis- viis	Sekkumise kirjeldus	Sekkumise väljatöötamise teoreetiline alus	Möödetav arenguline aspekt	Artikkel
Õppe rikastamine koolis	- Diferentseeritud ÕK-I põhinevad pärast koolipäeva toimuvad tunnid - Muukeelsed 3. kl MVÕ	Projekt M³	- MO - Inglise keele oskused	4
	- Diferentseeritud ÕK põhinevad pärast koolipäeva toimuvad tunnid - Muukeelsed 2. kl MVÕ	Projekt M³	MO	20
	- Matemaatika ÕK-I põhinev õpioskuste prg 4. kl andekad alasooritajad	Zimmermani ennastjuhtiva õppija teooria	- MO - Ajaplaneerimine - Püsivus - Refleksioon - Abitustunne - Enesetõhusus - Püüdlused	17
Õppe rikastamine väljaspool kooli	- Diferentseeritud arvutipõhine matemaatika distantsõppe prg 4. kl MVÕ - Virtuaalne klassiruum - Individuaalne juhendamine	- PCM - GCM	- MO - MH	6
	<i>Hector Children's Academy Program</i> - Riiklik õppe rikastamise prg andekatele I–II kooliastme õpilastele - Sihtrühmaks koolidest suunatud tippsooritajad - Lai teemade ring, 60% kursustest STEM	—	- MO - Kognitiivne võimekus - Sotsiaalsed oskused - Emakeele oskused (EO) - Valdkondlik uurimishuvi - Episteemiline huvi - Loovus - Eneseregulatsioon - Minapilt	10 ¹
	- Suveprogramm lasteaia ja 1.–2. kl MVÕ - Lisafookus: majanduslikult vähekindlustatud pered	Projekt M²	MO	14
	<i>Saturday Enrichment Program</i> - Ülikooli pakutav ÕK rikastav STEM prg kõigile 4.–8. kl matemaatikahuvilistele	—	MO	15 ²
	Klassikursuse vahelejätmise	—	- MO - EO	13 ¹
Kiirenda- mine				

Märkus. ¹Varem kogutud andmete põhjal läbiviidud mõju-uuring, milles sekkumise sisu ega selle loomise aluseks olnud teoreetilist raamistikku ei avatud. ²Artiklites ei avatud sekkumiste sisu väljatöötamise aluseks olnud teoreetilist raamistikku.

Nelja tehnoloogial põhineva sekkumise puhul torkab silma eelkõige taotlus kohandada õppetegevusi õppijate individuaalsete huvid ja vajadustega (vt tabelit 4). Nende sekkumiste temaatiline fookus varieerus võrdlemisi kitsasest matemaatika õppekavast juhinduvatest programmidest (Eşsizoglu *et al.*, 2022; Özçakir *et al.*, 2020; Suppes *et al.*, 2013) kuni Gubbelsi jt (2022) kirjeldatud tippsooritajate vajadustele orienteeritud programmi *Acadin*, mille laiaast teemade ringist oli matemaatika vaid üks alateema.

Tippsooritajatele suunatud programme kirjeldati lisaks Gubbelsi jt (2022) artiklile veel ka Gubbelsi jt (2014) ning Golle jt (2018) artiklites. Nende programmide eripäraks on interdistsiplinaarsus, lai teemade ring, valiku ja põhjaliku süvenemise, aga ka sarnase võimekuse ja huviga kaaslastega koostöö võimaluse pakkumine.

Tabelis 4 on esitatud ka sekkumistes mõõdetud arengulised aspektid, mida tutvustatakse alateemas „Sekkumiste tulemuslikkus andeka õppija matemaatikaga seotud ja muudele arengulistele aspektidele“.

Alus- ja alghariduses rakendatud matemaatilist andekust toetavate sekkumiste peamised karakteristikud

Kuna sekkumiste väljatöötamise aluseks on olnud suures osas sarnased andekusteoreetilised mudelid, esindavad artiklid ka pigem sarnast arusaama andekust arendava programmi olulistest karakteristikutest (vt tabelit 5). Karakteristikud olid seotud eelkõige tundide sisulise ja metoodilise ülesehituse ning motiveeriva õpikeskkonna loomisega.

Artiklites kirjeldatud sekkumiste läbiv tunnusjoon oli õppe kohandamine õppijate huvid ja tasemega. Õppesisu väljatöötamisega seonduvalt mainiti enim (13 artiklis) diferentseeritud juhiseid, väljundeid ja õppijale valiku- või võimaluse andmise vajadust (vt tabelit 5). Ülesannete valikul peeti oluliseks, et need oleksid koolimatemaatikaga võrreldes keerukamad ja kõrgemal tasemel, seotud reaalse elu probleemidega, võimaldaksid mitmekesisest ja praktilist õppimist ning eksperdi rollis tegutsemist. Esile tõusis tegevuste kaudu kõrgema taseme mõtlemisoskuse arendamise eesmärk (15 artiklis), ent mainiti ka loovuse (11) ja õpioskuste (3) arendamise püüdlust.

Eraldi aspektina toodi andekust toetavate sekkumiste juures 13 artiklis esile turvalise õpikeskkonna tähtsus. Turvalist õpikeskkonda iseloomustati peamiselt märksõnadega „kaasatus“, „koostöö“ ja „toetav suhtlus“, kus kõik julgevad arvamust avaldada, eksida ja uuesti proovida.

Õppetegevuste ja keskkonna loomisega seoses märgiti 13 artiklis kompetentse juhendamise vajalikkust (vt tabelit 5). Sekkumise efektiivsus sõltus juhendaja teadlikkusest andekusest, andekuspedagoogika meetoditest, aga ka

ainekompetentsusest. Kümnes uuringus (vt tabelit 2) korraldati sekkumise eel ja kestel koolitusi ka õpetajatele.

Tabel 5. Andekuse arengut toetavate sekkumiste karakteristikud

Karakteristikud	Artiklid
Kiirendatud õppesisu (tegutsemine kõrgemal õppetasemel)	2, 4, 7, 8, 13, 18, 20
Keerukam õppesisu (pingutuse, väljakutsete pakkumine)	2, 3, 4, 5, 8, 9, 20
Rikastatud õppesisu (koolimatemaatikavälised teemad ja tegevused)	4, 7, 8, 9, 10, 12, 20
Praktiline õpe (õppija kui tulevane ekspert)	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 12, 14, 15, 16, 20
Seos reaalse eluga (probleemide lahendamine, aktuaalsed teemad)	4, 6, 7, 8
Diferentseerimine (valikuvõimalused, erinevate huvide ja tasemetega arvestamine), õppe individualiseerimine	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18, 19, 20
Interdistsiplinaarsus ja erinevate ainevaldkondade lõimimine	6, 11, 12
Kõrgema taseme mõtlemisioskuse arendamine (sügav mõistmine, kriitiline mõtlemine)	3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 19, 20
Loovuse arendamine	3, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 20
Õpioskuste arendamine (eneseregulatsioon, enesejuhtimine, metakognitiivsed oskused)	10, 11, 17
Turvaline ja toetav keskkond (kaasatus, koostöövõimalus sarnase huvi ja/või võimekusega kaaslasega)	1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 17, 20
Koolitatud juhendaja/õpetaja	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 14, 15, 16, 20

Matemaatika valdkonna sekkumiste mõju andeka õppija matemaatikaga seotud ja muudele arengulistele aspektidele

Ehkki sekkumiste läbivaks teemavaldkonnaks oli matemaatika, on nende efektiivsuse mõõtmisel silmas peetud erinevaid arengulisi aspekte (vt tabelit 4). Üldistatult võib sekkumiste fookused jagada kolme kategooriasse: 1) matemaatikaoskused; 2) matemaatika õppimisega seotud hoiakud ja 3) muud (kognitiivsed, sotsiaal-emotsionaalsed, loovusega seotud) aspektid.

Üheksas artiklis mõõdeti sekkumise mõju rohkem kui ühele arengulisele aspektile (vt tabelit 4). Enim aspekte oli võetud tähelepanu alla Golle jt (2018) artiklis, kus sekkumise mõju mõõdeti üheksas aspektis (vt tabelit 4). Stoegeri jt (2005) artiklis kajastatud sekkumises oli vaatluse all seitse erinevat arengulist aspekti (vt tabelit 4).

Sekkumises osalenud õppijate arvu, mõõdetud aspektide, kasutatud instrumentide ja ka tulemuste analüüsimiseks kasutatud meetmete variatiivsus seab erinevate sekkumisviiside mõju hindamisele piirangu. Küll aga saab teadusartiklites ülevaate, milliseid õppijate arengulisi aspekte on soovitud matemaatika valdkonnas korraldatud sekkumiste abil mõjutada ja millistes aspektides on ilmnenud statistiliselt oluline muutus. Artiklites on esile toodud statistiliselt olulised erinevused (nt sekkumiste eel- ja järeltestide keskmiste tulemuste erinevus), kuid kõigis artiklites polnud nimetatud efektsuurusi, mistõttu ei esitata neid ka allpool.

1) Matemaatikaoskused

Matemaatikaoskuste arengut mõõdeti 15 uurimuses, kuid teemavaldkonnad, instrumendid ja uuringudisain olid uurimusesti erinevad (vt tabelit 4). Lühemaajalistes sekkumistes (vt tabelit 2) keskenduti pigem üksikutele teemavaldkondadele, milles mõõdeti programmi mõju üksikute aineoskuste arengu põhjal, nagu geomeetria (Casa *et al.*, 2017; Gavin *et al.*, 2013; Özçakir *et al.*, 2020), arvusüsteemid (Eşsizoglu *et al.*, 2022) või matemaatiliste tekstide mõistmine (Cho *et al.*, 2015; Little *et al.*, 2018). Pikemaajalistes sekkumistes on käsitletud ja ka mõju mõõtmise aluseks olnud teemade ring laiem.

Matemaatikaoskuste arengu mõõtmiseks kasutati peamiselt kohalikke tasemeteste või testide osi (geomeetria, mõisted vm) (Casa *et al.*, 2017; Gavin *et al.*, 2013; Cho *et al.*, 2015; Eşsizoglu *et al.*, 2022; Little *et al.*, 2018; Suppes *et al.*, 2013; Yang *et al.*, 2023). Özçakiri jt (2020) kirjeldatud sekkumise mõju hinnati van Hiele geomeetrilise mõtlemise testi abil. Kõikidel sekkumistel oli statistiliselt oluline positiivne mõju mõõdetud oskuste arengule.

Brullesi jt (2010), Golle jt (2018), Kretschmanni jt (2014) artiklites on võetud matemaatikaoskuse arengu mõõtmise aluseks matemaatika õpitulemused vastavatel õppeperioodidel. Kõigil kolmel sekkumisel oli positiivne mõju õppijate matemaatika õpitulemustele. Siin ilmnes suurim positiivne mõju testgrupis osalenud õppijate matemaatika õpitulemustele võrreldes kontrollgrupi tulemustega Brullesi jt (2010) artiklis kirjeldatud klastergrupis õppimisel.

Pierce jt (2011) artiklis analüüsiti klastergrupis õppimise mõju kitsamalt algebra ja geomeetriaga seotud oskuste arengule, kasutades spetsiaalselt selleks otstarbeks välja töötatud teste. Ka siin ilmnes test- ja kontrollgrupi testitulemuste võrdluses klastergrupis õppimise statistiliselt oluline positiivne mõju. Spetsiaalselt väljatöötatud testidel põhinesid veel Gavini jt (2007, 2009) ning Stoegeri jt (2005) uurimused. Gavini jt (2007, 2009) artiklites kirjeldatud spetsiifilistele matemaatikaoskustele keskendunud Projekt M³ paistab silma eriti suure mõjuga, samas kui enesejuhtivusega seotud oskuste arengule

orienteeritud Stoegeri jt (2005) artiklis kirjeldatud programm ei mõjutanud osalejate matemaatikaoskusi statistiliselt olulisel määral.

2) Matemaatikaga seotud hoiakud

Sekkumise mõju matemaatika õppimisega seotud hoiakutele analüüsiti neljas artiklis (vt tabelit 4). Nende hoiakutena käsitleti artiklites matemaatika õppimise väärtustamist, matemaatikaga seotud õpirõõmu, motivatsiooni (sh huvi matemaatikaga kõrgemal tasemel tegeleda) ja enesekindlust (Deringöl *et al.*, 2020; Eşsizoglu *et al.*, 2022). Boliver jt (2021) analüüsisid kitsamalt sekkumise mõju õpirõõmule, Mun jt (2018) programmi mõju osalejate suhtumisele koolimatemaatikasse ja matemaatikaga seotud minapildile.

Ka matemaatikaga seotud hoiakutes ilmnes sekkumiste tulemusel enamasti positiivne muutus. Boliveri jt (2021) artiklis kirjeldatud andmed näitasid matemaatika õpirõõmu kasvu ainult tugevaimas tasemerühmas. Mun'i jt (2018) artiklist ilmnes, et edasijõudnute matemaatikaringis õppimine suurendas õppijate soovi tegeleda keerukama matemaatikaga, kuid samas vähendas huvi kooli matemaikatundide vastu.

3) Muud aspektid

Lisaks analüüsiti artiklites matemaatilist andekust toetavate sekkumiste mõju õppijate kognitiivsete oskuste (Golle *et al.*, 2018, Gubbels *et al.*, 2014), analüütilise ja loomingulise võimekuse (Gubbels *et al.*, 2022), sotsiaal-emotsionaalsete oskuste (Golle *et al.*, 2018, Gubbels *et al.*, 2014; Stoeger *et al.*, 2005; Mun *et al.*, 2018) ja loovuse arengule (Golle *et al.*, 2018; Gubbels *et al.*, 2022). Nende artiklite ühiseks jooneks on, et vaatluse all on mitu erinevat õpilaste arengu või individuaalsusega seotud aspekti, milles on muutused matemaatikaoskuste ja hoiakutega kõrvutades vähem märgatavad, enamasti statistiliselt mitteolulised. Eristub Stoegeri jt (2005) alasooritajate õpioskusi arendav sekkumine, kus osalejate hinnangud oma enesetõhususele ja õpioskustele (ajaplaneerimine ja püsivus) olid pärast sekkumist oluliselt kõrgemad kui kontrollgrupis osalenute hinnangud.

Arutelu

Süsteemaatilise kirjandusanalüüsi tulemusel anti selles artiklis ülevaade alus- ja alghariduses rakendatud matemaatilist andekust toetavatest tõenduspõhistest sekkumistest, nende sisu peamistest karakteristikutest ning mõjust õppija arenguga seotud aspektidele.

Milliseid andekust toetavaid sekkumisi kirjeldavad teadusartiklid matemaatika valdkonnas alus- ja alghariduses?

Analüüsi kaasatud artiklites kirjeldatud matemaatika valdkonnas läbi viidud sekkumised jagunesid nelja kategooriasse, mis on tõenduspõhised ja teaduskirjanduses ulatuslikku käsitlemist leidnud: õppe diferentseerimine, õppijate grupeerimine, õppe rikastamine ja õppe kiirendamine.

Artiklitest ilmnas, et erinevaid andekust toetavaid sekkumisi rakendati matemaatika valdkonnas lõimitult. Näiteks toimus Gavini jt (2007, 2009) ning Mun'i jt (2018) artiklites kirjeldatud sekkumistes nii õppesisu diferentseerimine, rikastamine kui kiirendamine. Samade terminitega (kiirendamine, rikastamine, diferentseerimine) iseloomustati nii sekkumisviise kui ka õppetegevuste sisulisi kohandusi. Seega ei saa sekkumisi kategoriseerida ainult rakendatud meetme järgi, vaid tähtsad on ka sekkumise koht, aeg, kestus jm kirjeldavad tunnused, mis lisavad andekuspedagoogilistele sekkumisele just haridusasutuste jaoks rakenduslikuma mõõtme. Olles teadlik, mida ja kuidas on võimalik matemaatilise andekuse toetamiseks teha klassis või rühmas, millised sekkumisviisid vajavad haridusasutuseülest korraldust või missugused võimalused on andekust toetada, kui soovitakse kaasata laiemat piirkonda, on võimalik haridusasutustel teha paindlikumaid ja õppijate vajadustega paremini kooskõlas olevaid valikuid.

Analüüsitud artiklite põhjal võib väita, et matemaatika valdkonnas rakendatud sekkumisviisid on paindlikud ning kohandatavad erinevate eesmärkide ja sisuga. Projektide M^3 ja M^2 diferentseeritud matemaatika õppekavasid rakendati efektiivselt erinevate sekkumisviiside raames. Seejuures, ehkki valdav osa artiklites analüüsitud sekkumisi keskendus matemaatika valdkonnale, kaasati mitmesse uurimusse lisaks mõni muu (nt emakeele) ainevaldkond (Boliver *et al.*, 2021; Golle *et al.*, 2018; Kretschmann *et al.*, 2014), mis viitab, et sekkumisviisid ei pea olema rangelt valdkonnaspetsiifilised.

Artiklites kirjeldatud sekkumised olid suunatud kindlale sihtrühmale. Seega mõjutas sekkumisi ka see, kuidas mõisteti andekust (matemaatika, aga ka muudes valdkondades) ja selle arengu toetamist. Osa sekkumisi oli orienteeritud kõrge matemaatilise või valdkondadeülese võimekusega õppijate (tippsooritajate) arengu toetamisele (Golle *et al.*, 2018; Gubbels *et al.*, 2014, 2022). Teisalt ilmnas mitmetes sekkumistes taotlus kaasata matemaatilist andekust arendavatesse programmidesse võimalikult paljusid õppijaid (Casa *et al.*, 2017, Gavin *et al.*, 2013, Mun *et al.*, 2018), näidates, et diferentseeritud ja väljakutseid pakkuv õpetamine toetab kõikide laste arengut vastavas valdkonnas ning andekuse eelnev spetsiifiline tuvastamine pole tingimata vajalik. Valdavas osas artiklites peeti õppija andekuse eelnevat tuvastamist siiski oluliseks, kuid ilmnas ka soov muuta andekust arendavaid programme kättesaadavaks rohkematele sotsiaalsetele gruppidele (Cho *et al.*, 2015; Little *et al.*, 2018).

Matemaatilist andekust toetavatest sekkumisviisidest käsitleti artiklites kõige enam erinevaid grupeerimise vorme. Grupeerimise eeliseks näib olevat selle paindlikkus. Gruppe moodustades ja õppetegevusi planeerides on võimalik arvestada õppijate taseme, huvide ja vajadustega ning kohandada vastavalt ka ühtlasemat õppesisu ja -tegevusi. Õppe diferentseerimine tavalises rühmas või klassis eeldab õppesisu kohandamist väga erinevatele võimetele. Artiklites ilmnes, et erineva võimekusega õppijate klassis saab õpet efektiivselt diferentseerida juhul, kui õpetajad on koolitatud ja neil on võimalus tundides õppekava diferentseerimiseks väljatöötatud õppematerjale kasutada. Gubbelsi jt (2022) artiklis kirjeldatud sekkumises rakendatud *Acadin*-programm oli välja töötatud just tippsooritajate vajadusi silmas pidades, kuid pakkus võimalust diferentseeritud õppetegevuseks tavalises klassis, eristudes sellega kahest teisest tippsooritajatele orienteeritud sekkumisest (Golle *et al.*, 2018; Gubbels *et al.*, 2014), mis viidi läbi haridusasutusteülestes gruppides. Artiklites kirjeldatud tõendus- põhised sekkumised näitasid seega, et esmatähtis on andeka õppija vajadustele vastava õppesisu olemasolu, mille rakendamiseks võimaldab sekkumisviisi valik suuremat paindlikkust ja kohandamist haridusasutuste võimalustega.

Millised on alus- ja alghariduses rakendatud matemaatilist andekust toetavate sekkumiste peamised karakteristikud?

Analüüsitud matemaatilist andekust toetavate sekkumiste teoreetilised alused olid sarnased, mistõttu on ootuspärane, et artiklites esile tõstetud karakteristikud pigem kattusid. Kasutatud andekusteoreetilistest mudelitest tulenevalt oli sekkumiste põhiidee pakkuda tavapärase õppekavaga võrreldes keerukamat, aga ka võimeka õppija spetsiifilisi vajadusi arvestavat diferentseeritud õppesisu. Artiklites nimetati enim kõrgema taseme mõtlemisoskusi arendavate ülesannete, õppijate huvide ja tasemest lähtuvate valikuvõimaluste ning praktiliste tegevuste pakkumise olulisust. Praktilisus viitas seejuures võimalikult tõepärase valdkonna (matemaatika) töö- ja suhtluskogemuse pakkumisele (eksperdi rollis tegutsemisele) (Renzulli, 1977).

Ühe sekkumise karakteristikuna nimetati mitmes artiklis ka õppe kiirendamist. Sekkumisviisina viitab kiirendamine õppe kiiremale läbimisele, tähendades varasemat kooliminekut, klassikursuse vahelejätmist või mingis ainevaldkonnas eakaaslastega võrreldes kiiremat edasiliikumist (Steenbergen-Hu *et al.*, 2011), nagu seda käsitleti Kretschmanni jt (2013) artiklis. Sel puhul ei ole fookus niivõrd õppe kohandamisel õppija vajadustele, vaid õppija viiakse tema vajadustele paremini vastavasse õpikeskkonda (Steenbergen-Hu *et al.*, 2011). Sekkumise karakteristikuna käsitleti analüüsitud artiklites kiirendamist ühe õppesisu diferentseerimise võimalusena, mõistes selle all kõrgema (klassi)

taseme matemaatikateemade varasemat õppekavasse lülitamist. Õppesisu diferentseerimine võimeka õppija jaoks tähendas artiklites veel õppekava teemade süvendamist, laiendamist, keerukusastme tõstmist, lähtudes õppijate huvidest ja valmisolekust lahendada valdkonna keerukamaid probleeme. Õppe diferentseerimine tippsooritajate jaoks (Golle *et al.*, 2018; Gubbels *et al.*, 2014, 2022) paistis silma laiema teemaderingi ja interdistsiplinaarsema suunitlusega, mis võimaldas arendada spetsiifilisemaid huvivaldkondi.

Õppesisu väljatöötamise kõrval kerkisid esile ka metoodilised ja juhendaja pädevusega seotud karakteristikud (Gavin *et al.*, 2007, 2009). Mitme sekkumise puhul koolitati esmalt juhendajaid ja pakuti koolituse vältel mentorite tuge (nt Gavin *et al.*, 2007, 2009, 2013; Casa *et al.*, 2017). Juhendaja metoodilise kompetentsuse olulisus sekkumise efektiivsuse mõjutajana tuli selgelt välja nt Yangi jt (2023) ning Brullesi jt (2010) artiklitest, kus metoodiliselt järjepidevate juhendajate läbi viidud sekkumised osutusid efektiivsemaks. Seega peaksid matemaatilise õppesisu väljatöötamine ja õpetajate ettevalmistus käima käsikäes.

Millised sekkumised on tulemuslikud andeka õppija matemaatikaga seotud ja muudele arengulistele aspektidele?

Kirjandusanalüüsi kaasati empiirilistel uurimustel põhinevad artiklid, milles käsitleti vähemalt osaliselt matemaatika valdkonnaga seotud sekkumisi ja mille eesmärk oli toetada matemaatikas võimekate õppijate arengut. Sekkumiste mõju mõõdeti kajastatud uurimustes lisaks matemaatikaga seonduvatele ka muudes aspektides ja sageli oli fookusesse võetud mitu erinevat aspekti.

Eelkõige saab välja tuua sekkumiste mõju matemaatikaoskuste ja matemaatikaga seotud hoiakute arengule. Ootuspäraselt ilmnes (Sowell, 1993), et matemaatika valdkonnas läbi viidud sekkumistes osalemine mõjutas positiivselt matemaatikas võimekate õppijate matemaatikaoskusi, aga ka selliseid hoiakuid nagu matemaatika õppimisega seotud õpirõõm, motivatsioon või enesekindlus. Seejuures leidis kinnitust, et võimekate õpilaste arenguvõimalusi silmas pidades mõjutab diferentseeritud õppekava (Casa *et al.*, 2017, Gavin *et al.*, 2013) järgi õppimine positiivselt kõigi kaasatud laste matemaatikaga seotud oskusi ja hoiakuid (Gruszczyk-Kolczyńska, 2019).

Muude arengulistele aspektide seas mõõdeti uurimustes sekkumiste mõju nt sotsiaal-emotsionaalsetele ja intelligentsusega seotud aspektidele, milles leiti mõnel juhul küll tendentse paranemisele, kuid need erinevused ei olnud statistiliselt olulised. Osalt saab seda põhjendada nende sekkumiste püüdlusega keskenduda mitmetele aspektile korraga (Golle *et al.*, 2018; Stoeger *et al.*, 2005). Kui kitsale teemale keskendunud ja vastavas teemavaldkonnas arengut

toetanud sekkumiste mõju oli pigem suur (nt Gavin *et al.*, 2007, 2009), siis paljusid erinevaid aspekte mõjutada üritanud sekkumistel nii selget mõju ei olnud. Samuti on ootuspärane, et uute oskuste omandamine teatud spetsiifilisel teemal (nt geomeetria, arvusüsteemid) toimub kiiremini kui praktilise või loominguilise võimekuse areng (Gubbels *et al.*, 2022). Mõõdetud efekti suurus sõltus analüüsi kaasatud artiklites ka sellest, kuivõrd kooskõlas olid sekkumise teemavaldkond ja mõõdetav omadus. Näiteks oli suurim efekti suurus Gavin jt (2007, 2007) projekti M³ diferentseeritud õppekaval põhineval sekkumistel, mille mõju matemaatika õppeedukusele mõõdeti spetsiifiliselt aspektides, mille arengu toetamiseks õppekava loodi.

Piirangud

Empiirilisi uurimusi laste- ja algkooliealiste laste matemaatilise andekuse arendamiseks läbi viidud sekkumistest on tehtud vähe. Kõik sellesse kirjandus-ülevaatesse kaasatud artiklid sisaldasid küll sekkumise mõju mõõtmist, kuid uuringute disain oli erinev ning mõju mõõtmiseks kasutati erinevaid instrumente. Samuti olid mõõtmistulemused esitatud erinevates formaatides, mis ei võimaldanud ilmnenud mõjude suurusi võrdlevalt hinnata. Selleks oleks andekuspedagoogikas vaja ühtset arusaama efektiivsete sekkumiste kriteeriumitest ja mõõtmisest, mis praegu veel puudub (Nicholas *et al.*, 2024).

Järeldused ja ettepanekud

Artiklis anti ülevaade tõenduspõhistest sekkumistest, mida on rakendatud matemaatilisel võimekate õppijate arengu toetamiseks alus- ja alghariduses. Teadlikkus erinevatest sekkumisviisidest aitab haridusasutustel teha andekate õppijate toetamiseks enda jaoks sobivamaid valikuid. Kuna andekust toetav õppimine mõjub arendavalt kõikidele lastele, tasub kaasava hariduse kontekstis mõelda kõikide laste vajadusi arvestava diferentseeritud õppekava loomisele, aga ka õpetajate teadlikkuse tõstmisele erinevatest õppe kohandamise võimalustest, sh tehnoloogia kasutamisest õppe diferentseerimiseks.

Kasutatud kirjandus

Boliver, V., & Capsada-Munsech, Q. (2021). Does ability grouping affect UK primary school pupils' enjoyment of Maths and English? *Research in Social Stratification and Mobility*, 76, 100629. <https://doi.org/10.1016/j.rssm.2021.100629>

- Brulles, D., Saunders, R., & Cohn, S. J. (2010). Improving performance for gifted students in a cluster grouping model. *Journal for the Education of the Gifted*, 34(2), 327–350.
- Casa, T. M., Firmender, J. M., Gavin, M. K., & Carroll, S. R. (2017). Kindergarten's achievement on geometry and measurement units that incorporate a gifted education approach. *Gifted Child Quarterly*, 61(1), 52–72. <https://doi.org/10.1177/0016986216671806>
- Çalışkan, K., & Tan, S. (2024). The effects of homogeneous grouping on gifted students: A systematic literature review. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi*, 25(2), 191–207. <https://doi.org/10.21565/oezelegitimdergisi.1117630>
- Cho, S., Yang, J., & Mandracchia, M. (2015). Effects of M3 curriculum on mathematics and English proficiency achievement of mathematically promising English language learners. *Journal of Advanced Academics*, 26(2), 112–142. <https://doi.org/10.1177/1932202X15577205>
- Deringöl, Y., & Davaslıgil, Ü. (2020). The effect of differentiated mathematics programs on the mathematics attitude of gifted children. *MOJES: Malaysian Online Journal of Educational Sciences*, 8(1), 27–37.
- Deunk, M. I., Smale-Jacobse, A. E., de Boer, H., Doolaard, S., & Bosker, R. J. (2018). Effective differentiation practices: A systematic review and meta-analysis of studies on the cognitive effects of differentiation practices in primary education. *Educational Research Review*, 24, 31–54. <https://doi.org/10.1016/j.edurev.2018.02.002>
- Eşsizoglu, G., & Çetin, S. (2022). Impact of differentiated teaching in distance education practice on gifted and talented primary students. *International Online Journal of Primary Education*, 11(1), 187–204. <https://doi.org/10.55020/iojpe.1100221>
- Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., Carroll, S. R., Sheffield, L. J., & Spinelli, A. M. (2007). Project M3: Mentoring mathematical minds: A research-based curriculum for talented elementary students. *Journal of Advanced Academics*, 18, 566–681. <https://doi.org/10.4219/jaa-2007-552>
- Gavin, M. K., Casa, T. M., Adelson, J. L., Carroll, S. R., & Sheffield, L. J. (2009). The impact of advanced curriculum on the achievement of mathematically promising elementary students. *Gifted Child Quarterly*, 53, 188–202. <https://doi.org/10.1177/0016986209334964>
- Gavin, M. K., Casa, T. M., Firmender, J. M., & Carroll, S. R. (2013). The impact of advanced geometry and measurement curriculum units on the mathematics achievement of first-grade students. *Gifted Child Quarterly*, 57(2), 71–84. <https://doi.org/10.1177/0016986213479564>
- Golle, J., Zettler, I., Rose, N., Trautwein, U., Hasselhorn, M., & Nagengast, B. (2018). Effectiveness of a “grass roots” statewide enrichment program for gifted elementary school children. *Journal of Research on Educational Effectiveness*, 11(3), 375–408. <https://doi.org/10.1080/19345747.2017.1402396>

- Gruszczyk-Kolczyńska, E. (2019). Inclination for mathematical giftedness in children: Research results, analysis, conclusions and pedagogical implications. *International Journal of Pedagogy, Innovation and New Technologies*, 6, 2–10. <https://doi.org/10.5604/01.3001.0013.6820>
- Gubbels, J., Segers, E., & Verhoeven, L. (2014). Cognitive, socioemotional, and attitudinal effects of a triarchic enrichment program for gifted children. *Journal for the Education of the Gifted*, 37(4), 378–397. <https://doi.org/10.1177/0162353214552565>
- Gubbels, J., Segers, E., & Verhoeven, L. (2022). Effects of a computer-based enrichment programme on the development of analytical and creative abilities in gifted students. *Educational Psychology*, 42(9), 1109–1126. <https://doi.org/10.1080/01443410.2022.2117794>
- Haataja, E., Laine, A., & Hannula, M. (2020). Educators' perceptions of mathematically gifted students and a socially supportive learning environment – A case study of a Finnish upper secondary school. *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, 8(1), 44–66. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.8.1.1368>
- HTM (2023). *Annete märkamise ja toetamise tegevuskava 2022–2027*. https://www.hm.ee/sites/default/files/documents/2023-04/Andekate%20tegevuskava%20pikk_2023_06.04_k%C3%BCljendatud_rev.pdf
- Kim, M. (2016). A meta-analysis of the effects of enrichment programs on gifted students. *Gifted Child Quarterly*, 60(2), 102–116. <https://doi.org/10.1177/0016986216630607>
- Kretschmann, J., Vock, M., & Lüdtke, O. (2014). Acceleration in elementary school: Using propensity score matching to estimate the effects on academic achievement. *Journal of Educational Psychology*, 106(4), 1080–1095. <https://doi.org/10.1037/a0036631>
- Kroeger, L. A., Brown, R. D., & O'Brien, B. A. (2012). Connecting neuroscience, cognitive, and educational theories and research to practice: A review of mathematics intervention programs. *Early Education and Development*, 23(1), 37–58. <https://doi.org/10.1080/10409289.2012.617289>
- Leikin, R., Paz-Baruch, N. & Leikin, M. (2014). Cognitive characteristics of students with superior performance in mathematics. *Journal of Individual Differences*, 35(3), 119–129. <https://doi.org/10.1027/1614-0001/a000140>
- Little, C. A., Adelson, J. L., Kearney, K. L., Cash, K., & O'Brien, R. (2018). Early opportunities to strengthen academic readiness: Effects of summer learning on mathematics achievement. *Gifted Child Quarterly*, 62(1), 83–95. <https://doi.org/10.1177/0016986217738052>
- Mayring, P. (2014). *Qualitative content analysis. Theoretical foundation, basic procedures and software solution*. <https://nbn-resolving.org/urn:nbn:de:0168-ssao-395173>
- Mellroth, E., van Bommel, J., & Liljekvist, Y. (2019). Elementary teachers on orchestrating teaching for mathematically highly able pupils. *The Mathematics Enthusiast*, 16, 127–153. <https://doi.org/10.54870/1551-3440.1453>

- Miravete, S. (2023). Should talented students skip a grade? A literature review on grade skipping. *European Journal of Psychology of Education*, 38(2), 903–923. <https://doi.org/10.1007/s10212-022-00614-z>
- Mun, R. U., & Hertzog, N. B. (2018). Teaching and learning in STEM enrichment spaces: From doing math to thinking mathematically. *Roeper Review*, 40(2), 121–129. <https://doi.org/10.1080/02783193.2018.1434713>
- Nicholas, M., Skourdoumbis, A., & Bradbury, O. (2024). Meeting the needs and potentials of high-ability, high-performing, and gifted students via differentiation. *Gifted Child Quarterly*, 68(2), 154–172. <https://doi.org/10.1177/00169862231222225>
- Olszewski-Kubilius, P., Subotnik, R., & Worrell, F. (2023). Domain-specific abilities and characteristics: Evolving central components of the talent development mega-model. *High Ability Studies*, 34(2), 159–174. <https://doi.org/10.1080/13598139.2022.2139666>
- Oppi, P. & Eisenschmidt, E. (2023). Õpetajauurimus 2023. Tagasisideraamat koolile. TLÜ Haridusinnovatsiooni keskus. [https://www.tlu.ee/sites/default/files/HIK/%C3%95petajauurimus2023_n%C3%A4idis%20\(1\).pdf](https://www.tlu.ee/sites/default/files/HIK/%C3%95petajauurimus2023_n%C3%A4idis%20(1).pdf)
- Pierce, R. L., Cassady, J. C., Adams, C. M., Neumeister, K. L. S., Dixon, F. A., & Cross, T. L. (2011). The effects of clustering and curriculum on the development of gifted learners' math achievement. *Journal for the Education of the Gifted*, 34(4), 569–594. <https://doi.org/10.1177/016235321103400403>
- Renzulli, J. S. (1977). *The enrichment triad model: A guide for developing defensible programs for the gifted and talented*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.
- Renzulli, J. S., Gubbins, E. J., McMillen, K. S., Eckert, R. D., & Little, C. A. (2009). *Systems and models for developing programs for the gifted and talented*. Routledge.
- Ruiz-del-Pino, B., Fernandez-Martin, F. D., & Arco-Tirado, J. L. (2022). Creativity training programs in primary education: A systematic review and meta-analysis. *Thinking Skills and Creativity*, 46, 101172. <https://doi.org/10.1016/j.tsc.2022.101172>
- Sepp, V., Heinla, E., Põlda, H., & Schank, R. (2024). *Andekuse mõiste määratlus ja tunnused. Andepoliitika rakendamise tegevuskava esimese etapi raport Haridus- ja Teadusministeeriumile*. <https://www.hm.ee/sites/default/files/documents/2024-06/Andekuse%20m%C3%B5iste.pdf>
- Smedsrud, J. H., Nordahl-Hansen, A., & Idsøe, E. (2022). Mathematically gifted students' experience with their teachers' mathematical competence and boredom in school: A qualitative interview study. *Frontiers in Psychology*, 13. <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.876350>
- Sowell, E. J. (1993). Programs for mathematically gifted students: A review of empirical research. *Gifted Child Quarterly*, 37(3), 124–131. <https://doi.org/10.1177/001698629303700305>
- Steenbergen-Hu, S., & Moon, S. M. (2011). The effects of acceleration on high-ability learners: A meta-analysis. *Gifted Child Quarterly*, 55(1), 39–53. <https://doi.org/10.1177/0016986210383155>

- Stoeger, H., & Ziegler, A. (2005). Evaluation of an elementary classroom self-regulated learning program for gifted mathematics underachievers. *International Education Journal*, 6(2), 261–271.
- Subotnik, R. F., Olszewski-Kubilius, P., Worrell, F. C. (2021). The talent development megamodel: A domain-specific conceptual framework based on the psychology of high performance. In: Sternberg, R.J., Ambrose, D. (Eds.) *Conceptions of Giftedness and Talent*, 425–442. Springer Nature. https://doi.org/10.1007/978-3-030-56869-6_24
- Suppes, P., Holland, P. W., Hu, Y., & Vu, M. T. (2013). Effectiveness of an individualized computer-driven online math K-5 course in eight California Title I elementary schools. *Educational Assessment*, 18(3), 162–181. <https://doi.org/10.1080/10627197.2013.814516>
- Taimalu, M., Uibu, K., Luik, P., & Leijen, Ä. (2019). *Õpetajad ja koolijuhid elukestvate õppijatena. OECD rahvusvahelise õpetamise ja õppimise uuringu TALIS 2018 tulemused*. https://harno.ee/sites/default/files/documents/2021-02/talis_eesti_raporti_i_osa.pdf.
- Trpin, A. (2024). Teaching gifted students in mathematics: A literature review. *International Journal of Childhood Education*, 5(1), 1–13. <https://doi.org/10.33422/ijce.v5i1.498>
- Vaughn, V. L., Feldhusen, J. F., & Asher, J. W. (1991). Meta-analyses and review of research on pull-out programs in gifted education. *Gifted Child Quarterly*, 35(2), 92–98. <https://doi.org/10.1177/001698629103500208>
- Walsh, R. L., Kemp, C. R., Hodge, K. A., & Bowes, J. M. (2012). Searching for evidence-based practice: A review of the research on educational interventions for intellectually gifted children in the early childhood years. *Journal for the Education of the Gifted*, 35(2), 103–128. <https://doi.org/10.1177/0162353212440610>
- Winebrenner, S., & Brulles, D. (2012). *Teaching gifted kids in today's classroom: strategies and techniques every teacher can use*. Minneapolis: Free Spirit Publishing Inc.
- Worrell, F. C., Subotnik, R. F., Olszewski-Kubilius, P., & Dixson, D. D. (2019). Gifted students. *Annual Review of Psychology*, 70(1), 551–576. <https://doi.org/10.1146/annurev-psych-010418-102846>
- Özçakir, B., Özdemir, D., & Kiyamaz, Y. (2020). Effects of dynamic geometry software on students' geometric thinking regarding probability of giftedness in mathematics. *International Journal of Contemporary Educational Research*, 7(2), 48–61. <https://doi.org/10.33200/ijcer.664985>
- Yang, J., Özbek, G., Liang, S., & Cho, S. (2023). Effective teaching strategies for teaching mathematics to young gifted English learners. *Gifted Education International*, 39(2), 226–246. <https://doi.org/10.1177/02614294231165121>

Supporting mathematical giftedness in pre-school and primary education: a systematic literature review

Karin Konksi^a, Merle Taimalu^{b1}, Karin Täht^c

^a *Tartu Private School SädeTERA*

^b *Institute of Education, University of Tartu*

^c *Institute of Psychology, Institute of Mathematics and Statistics, University of Tartu*

Summary

Introduction

This article provides an overview of evidence-based interventions for supporting gifted students in mathematics. Supporting gifted learners is a broad topic with diverse perspectives, student needs, and frameworks. To provide a detailed overview based on scientific literature, we focused both on early childhood and primary education and on a specific mathematical domain. Support for gifted students is based primarily on two paradigms – the ‘gifted child’ model, which focuses more on inherent abilities, and the ‘talent development’ model, which emphasises the need for motivational factors. Many evidence-based interventions do not reach the educational settings due to limitations in resources and teacher preparation.

Answers to three research questions are sought:

1. What types of interventions for gifted students are described in research articles within the field of mathematics in pre-school and primary school?
2. What are the main characteristics of the interventions for gifted students in mathematics applied in pre-school and primary school?
3. Which interventions were effective to the mathematics-related and other developmental aspects of gifted learners?

Method

A systematic literature review was used as the method. The aim of this literature review was to highlight both the diversity and commonalities in interventions

¹ Institute of Education, University of Tartu, Jakobi 5-305, Tartu 51005; merle.taimalu@ut.ee.

that support mathematical giftedness, thereby aiding informed decision-making in practices applied in early childhood and primary education. The literature search was executed using the EBSCOhost service, incorporating different key terms. The search included peer-reviewed articles published in English from 2005 to 2024. This yielded 1,623 articles. Three inclusion criteria required articles: firstly, to address interventions related to mathematics for gifted students; secondly, to be based on empirical research involving the impact of intervention; and thirdly, to involve pre-school or primary school children. The evaluation process for article suitability consisted of analyses of title, abstract and full-text. Three independent researchers assessed each article's relevance to enhance reliability, and the final choice was made by consensus. Finally, 20 articles met all criteria for analysis.

The articles underwent coding and analysis focusing on three research questions: 1) categories of evidence-based intervention methods, 2) characteristics of intervention methods, and 3) effectiveness of the interventions. A qualitative content analysis was used. Interventions were conducted across five countries: the USA, Turkey, Germany, the Netherlands, and the UK. Sample sizes varied, ranging from 6,951 students in the largest study to as few as 13 or 24 in smaller studies. Control groups were present in 15 articles, with participant selection primarily based on teachers' assessments and various tests.

Results

The majority of interventions were conducted in educational settings, with 17 occurring during school hours and three after. These interventions were implemented in traditional classrooms and external educational contexts, involving learners from diverse backgrounds.

Four articles reported on differentiated curricula within classrooms. Two of these studies (Casa et al., 2017; Gavin et al., 2013) assessed the impact on all group members, while others (Gubbels et al., 2022; Özçakir et al., 2020) focused on differentiation for gifted students using computer-based methods. Common to these approaches was their integration into regular lessons throughout the intervention period.

Grouping methods such as ability groups, cluster groups, and pullout programmes were majorly described in the literature. Four studies (Boliver et al., 2021; Deringöl, 2020; Gavin et al., 2007, 2009) explored the effectiveness of ability groups. Cluster groups aimed to maintain balanced abilities within classes (Brulles et al., 2010; Pierce et al., 2011), while pullout involved part-time grouping for advanced lessons (Vaughn et al., 1991). Additionally, enrichment

programs were implemented outside regular hours to expand learning opportunities for gifted students (Cho et al., 2015; Yang et al., 2023).

External enrichment programmes such as summer camps and specialised online learning targeted gifted students. The interventions were based mainly on three models – Multiple Menu Model, Parallel Curriculum Model, and Grid Curriculum Model. The initiative by Mun et al. (2018) illustrated an enrichment programme extending the curriculum to encompass topics not typically covered in standard mathematics classes.

The characteristics of interventions in the domain of mathematics were primarily related to the content and methodical structure of lessons and creating a motivating learning environment. Thirteen articles stressed the importance of differentiated instruction, connecting tasks to real-life problems. Enhancements in higher-order thinking skills, creativity, and study skills were highlighted as crucial developmental outcomes. Also, the need for competent guidance from instructors was noted.

Although the main domain was mathematics, various developmental aspects have been considered in measuring the effectiveness of interventions. The studies categorised intervention impacts into three areas: mathematical skills, attitudes, and cognitive and socio-emotional aspects. Mathematical skills enhancement was assessed in 14 studies, yielding significant positive results, including test scores and specific skill areas such as algebra and geometry. Particularly, Gavin et al. (2007, 2009) reported notably high effect sizes. Five studies evaluated the influence of interventions on attitudes toward mathematics, generally revealing positive changes in motivation, though some discrepancies existed among different ability groups. Additional studies examined cognitive skills, socio-emotional factors, and creativity, revealing less significant changes compared to mathematical skills. Stoeger et al. (2005) found improvements in self-efficacy and academic skills.

Discussion

The first research question addressed the specific interventions supporting mathematical giftedness. Although the target groups and objectives of interventions varied, there was a notable ambition, particularly in the U.S., to include as many children as possible in gifted education programmes (Casa et al., 2017; Gavin et al., 2013; Mun et al., 2018). Many studies underscored the importance of prior identification of giftedness, yet also expressed a desire to make these supportive programmes accessible to diverse social groups (Cho et al., 2015; Little et al., 2018).

Traditionally, interventions supporting giftedness are categorised into acceleration, enrichment, and non-formal education strategies (Nicholas *et al.*, 2024); however, the analysis revealed a tendency for these practices to be integrated. It might be more effective to categorise interventions from the perspective of educational institutions or learners. Adaptability to resources and student needs was emphasised, suggesting that gifted pedagogical content could be delivered in varied forms (e.g. Casa *et al.*, 2017; Yang *et al.*, 2023).

The analysis highlighted the necessity for a differentiated curriculum that addresses diverse learner needs, employing flexible grouping strategies tailored to student levels and interests. The effectiveness of differentiation within whole classrooms was evident, particularly when supported by teacher training and appropriate resources for curriculum adjustment (e.g. Gavin *et al.*, 2013; Yang *et al.*, 2023).

The second research question examined the characteristics of interventions for mathematical giftedness. The analysed interventions emphasised offering differentiated and complex content tailored to gifted learners, focusing on higher-order thinking tasks, practical real-world experiences, and learner-specific interests. Acceleration was primarily viewed as the early introduction of advanced topics and curriculum enrichment rather than simply faster progression. Effective interventions relied heavily on well-prepared, methodologically trained instructors, highlighting the need for alignment between content development and teacher preparation.

The third research question focused on the impact of interventions. Participation in mathematical interventions positively influenced not only mathematical skills but also related attitudes, such as motivation and interest in learning mathematics. However, it was noted that broader developmental aspects, such as social-emotional skills, did not show statistically significant improvement. This suggests that interventions aimed at multiple aspects simultaneously might dilute the impact on specific areas (Golle *et al.*, 2018; Stoeger *et al.*, 2005).

In conclusion, this review identifies various interventions suitable for fostering mathematically gifted learners in pre-school and primary education. Awareness of different interventions gives educational institutions the opportunity to find solutions that correspond to their capabilities and needs. Enhancing teachers' awareness of various interventions is also crucial.

Keywords: giftedness, literature review, intervention, pre-school, primary school, mathematics