Eesti Haridusteaduste Ajakiri, nr 9(1), 2021, 138–161
https://doi.org/10.12697/eha.2021.9.1.06

Komplekssete probleemide lahendamise oskus ning selle hindamine ja arendamine gümnaasiumis

Margus Pedaste[a1], Tauno Palts[b], Tiina Kraav[b], Kerli Orav-Puurand[b]

[a] *Tartu Ülikooli haridusteaduste instituut*
[b] *Tartu Ülikooli matemaatika ja statistika instituut*

Annotatsioon

Siinses uuringus selgitasime, kas komplekssete probleemide lahendamise oskus on kirjeldatav ja arendatav matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamise strateegiate põhjal. Esmalt kohandasime hindamisvahendid nende oskuste hindamiseks gümnaasiumis ning kirjeldasime 10. klassi õpilaste oskuste taset. Matemaatilisel probleemilahendamisel eristus kaks faktorit: probleemülesande lahendamise kavandamine ja lahendamine ning tulemuste tõlgendamine. Algoritmilisel probleemilahendamisel eristus üks üld- ja kaks spetsiifilist faktorit: algoritmiline mõtlemine ja mustrite äratundmine. Uurimuslikul probleemilahendamisel eristusid suunaseadmine, uurimine ja järeldamine. Kolm probleemide lahendamise strateegiat olid ühendatavad üheks tunnuseks, mida võib vaadelda komplekssete probleemide lahendamise oskusena.

Võtmesõnad: kompleksne probleem, matemaatiline probleemilahendamine, algoritmiline probleemilahendamine, uurimuslik probleemilahendamine, kinnitav faktoranalüüs

Sissejuhatus

Eesti ja rahvusvahelised strateegiadokumendid viitavad vajadusele pöörata senisest rohkem tähelepanu üld- või võtmepädevustele. Näiteks Eesti haridusvaldkonna arengukava 2021–2035 toob välja, et nii formaalhariduses kui ka mitte- ja informaalõppes tuleb senisest rohkem keskenduda üld- ja tulevikupädevustele. Maailma Majandusfoorumi (2016) tuleviku töökohtade analüüsis märgitakse, et 65% praegu algkooli astuvatest lastest asuvad hiljem tööle uut tüüpi ametites, mida seni pole veel olemaski. Linda Darling-Hammond, Ameerika Ühendriikide üks juhtivaid haridusteadlasi ja hariduspoliitika kujundajaid president Barack Obama administratsioonis, on rõhutanud, et praegune haridussüsteem vajab suuri muutusi – tuleb keskenduda õigetele

[1] Haridusteaduste instituut, Tartu Ülikool, Salme 1a, 50103 Tartu; margus.pedaste@ut.ee.

eesmärkidele, mis on väga erinevad nendest, mille jaoks olid meie haridussüsteemid loodud peaaegu sajand tagasi (Darling-Hammond, 2010). Ühe tähtsama tulevikuoskusena tuuakse nendes debattides välja komplekssete probleemide lahendamise oskus. Eestis korraldatavad riiklikud tasemetööd ja eksamid aga selle hindamisele ei keskendu ning nii võiks olla oluline välja pakkuda ka komplekssete probleemide lahendamisoskuse hindamisvahend, mida võtta laiemalt kasutusele.

Mõistet *kompleksed probleemid* on kasutatud teaduskirjanduses juba pikka aega. Näiteks eristasid Newell ja Simon (1972) lihtsaid ja kompleksseid probleeme. Nad määratlesid kompleksseid probleeme kui selliseid, mida saab enam-vähem sama hästi lahendada mitut strateegiat kasutades ja millel on palju lahendeid, mis on peaaegu sama õiged. Meid huvitab siinkohal just see, millised on võimalikud strateegiad komplekssete probleemide lahendamiseks. Hiljem on küll välja töötatud detailseid probleemide tüpoloogiaid (vt nt Jonassen, 2000), mis avavad ka erinevat tüüpi probleemide lahendamise strateegiaid, kuid seejuures ei käsitleta enam mõistet *kompleksed probleemid*. Jonassen (2000) järjestab küll oma 11 kirjeldatud probleemitüüpi nii, et osa on selgelt komplekssemad kui teised, kuid ei keskendu komplekse probleemi mõistele ega mingis mõttes üldistatavale lahendusstrateegiale. Tõsi, käsitletakse ka kompleksseid probleeme eri ainevaldkondade kontekstis (nt kompleksed probleemid matemaatikas), kuid seejuures lähtutakse Newelli ja Simoni (1972) definitsioonist. Näiteks Sternberg ja Frensch (2014) on 23 aastat pärast kompleksset probleemilahendamist käsitleva raamatu esmaversiooni väljaandmist endiselt koondanud eri autorite käsitlused komplekssetest probleemidest lugemisel ja kirjutamisel, aritmeetikas, sotsiaalteadustes, loodusteadustes ja mängudes, kuid ei püüagi teha üldistust.

Mõnevõrra kaugemale on läinud Greiff, Fischer, Stadler ja Wüstenberg (2015), kes annavad hea ülevaate kompleksest probleemilahendamisoskusest kui valdkonnaülesest ja pakuvad välja ka meetodi selle hindamiseks. Nad leiavad oma analüüsis esmalt, et 30 aastat uuringuid komplekssete probleemide hindamisel on olnud ebasüstemaatilised ja koostatud hindamisvahendid on psühhomeetrilisest vaatest kasutud. Nad pakuvad välja, et komplekse probleemilahendamisoskuse hindamiseks on vaja koostada hindamisvahend erinevatest komplekssetest süsteemidest. Samas ei koosta nad sellist hindamisvahendit ise ja nii jääb see probleem endiselt lahenduseta.

Komplekssete probleemide lahendamise oskuse hindamise katsetest annab hea ettekujutuse veel Herde, Wüstenbergi ja Greiffi (2016) ülevaateartikkel. Selles on välja toodud, et siiani keskenduvad empiirilised uuringud komplekssete probleemide lahendamisel ühe spetsiifilise strateegia uurimisele ning eri strateegiate rakendamise ühisosa üldoskusena jääb tuleviku uuringute lahendatavaks probleemiks. Sama uurimisrühma päris värske uuring (Gnaldi, Bacci, Kunze, & Greiff, 2020) keskendub komplekssete probleemide lahendamise oskuse hindamisel logifailide analüüsile ja käsitleb seda kui latentset mitmedimensioonilist tunnust. Eristatakse probleemi uurimist, teadmiste omandamist ja teadmiste rakendamist kui üldisi probleemi lahendamise protsesse, kuid probleemi lahendamise strateegia on siiski üks (kuigi valdkondadeülene). IRT analüüsi abil leitakse õpilaste profiilid nende komplekssete probleemide lahendamise oskuse lõikes, kuid ei selgitata erinevate komplekssete probleemide lahendamise strateegiate kombineerimise võimalust üheks kõrgemat järku latentseks tunnuseks.

Seega on üldiselt peetud komplekssete probleemide lahendamise oskust üheks võtmeoskuseks, kuid on siiski veidi ebaselge, mis see on, kuidas seda hinnata ja arendada. Siinses artiklis kajastame tulemusi uuringust, kus püüdsime kompleksseid probleeme operatsionaliseerida läbi ühisosa leidmise kolmes erinevas probleemide lahendamise strateegias ja seonduvates oskustes sarnaselt Greiffi jt (2015) soovitustega. Võtsime vaatluse alla, mis on ühist või erinevat matemaatilisel probleemilahendamisel ning algoritmilisel ja uurimuslikul lähenemisel probleemide lahendamisele. Oletasime, et kui nendega seonduvate oskuste hindamisel on võimalik empiiriliselt leida ühisosa, siis seda võib vaadelda komplekssete probleemide lahendamise oskusena. Samas mõistame, et sarnaselt võib edasi otsida ühisosa ka teiste levinud probleemilahendamise strateegiatega.

Teoreetiline taust

Esmalt seadsime eesmärgiks lahti mõtestada, mida on eri uuringutes mõistetud matemaatilise probleemilahendamise, algoritmilise lähenemise ja uurimusliku lähenemise all.

Matemaatiline probleemide lahendamine

Matemaatiline probleemide lahendamise oskus on matemaatika mõisteliste teadmiste ja protseduuriliste oskuste kõrval osa matemaatikaalasest pädevusest (Palu & Kikas, 2015), mida tuntakse riikliku õppekava kaudu ka ühena üldpädevustest. Matemaatilisest probleemilahendusest ei saa rääkida peatumata põgusalt matemaatilisel probleemil või matemaatilisel probleemülesandel. Matemaatiliseks probleemülesandeks nimetatakse õpilasele antavat ülesannet või talle esitatavat olukorda, mis eeldab lahendust, kuid mille puhul ühtki võimalikku matemaatilist lahenduskäiku tulemuseni jõudmiseks ei ole talle teada (Posamentier & Krulik, 2015). Sellisest kirjeldusest järeldub aga, et matemaatilise ülesande liigitumisel probleemülesandeks mängib rolli iga õpilase isiklik kogemus eri tüüpi ülesannete lahendamisel. Kui õpilane ülesande lahenduse leidmiseks olemasolevaid teadmisi mingil uudsel viisil ei kasuta või lahenduse idee tema enda peas ei sünni, ei saa rääkida probleemülesande lahendamisest (Lepmann, 2011). Neljaetapilist mudelit matemaatiliste probleemülesannete lahendamiseks tutvustas Pólya raamatus „How to solve it" juba 1945. aastal (Pólya, 1945). Nimetatud mudelit on aastate jooksul edasi arendatud (Leong *et al.*, 2014; Schoenfeld, 1985), siiski on see esimene õpetajate hulgas üks tuntumaid ja seega ka kasutatumaid.

Matemaatilise probleemilahendamise neli etappi on 1) probleemi leidmine kontekstist, 2) probleemi lahendamise strateegia valimine, 3) valitud strateegia rakendamine, 4) tulemuste tõlgendamine ja probleemi avamine (Leong *et al.*, 2014). Esimeses, kontekstist probleemi leidmise faasis esitatakse enamasti reaaleluline olukord, millest õpilasel tuleb eristada probleem. Teises, lahendusstrateegia valimise faasis tuleb õpilasel, arvestades ülesande lahendamiseks vajalikke võtmetegureid ja mõistes nendevahelisi seoseid, leida, millist strateegiat ta ülesande lahendamiseks kasutab. Seda võib raskendada ülesande koormamine rohkemate andmetega, kui on lahendamiseks tegelikult vajalik. Enam matemaatilises probleemilahenduses rakendust leidvad strateegiad on probleemi lihtsustamine lihtsama analoogilise ülesande lahendamise teel, andmete korrastamine (nt esitamine tabelina), arukas oletamine ja testimine, arutlemine tagasisuunas, teistsuguste vaatenurkade leidmine, joonise tegemine, piirjuhu uurimine, loogiline põhjendamine, seaduspärasuste ja mustrite leidmine jne (Lepmann, 2011). Oluliseks peetakse õpilase oskust strateegiavalikut põhjendada ning lahenduskäiku selle alusel planeerida. Lahendusstrateegiate liigitus erinevate nimetuste alla on mõnevõrra tinglik, kuid vajalik just valiku põhjendamisel ja selleks, et paljudes lahendusvõimalustes paremini orienteeruda. Kolmandas, valitud strateegia rakendamise faasis ette antud ülesanne lahendatakse. See on etapp, mis vajab matemaatika ainega seotud mõistelisi ja protseduurilisi oskusi. Üldiselt peetakse heaks matemaatiliseks probleemülesandeks sellist ülesannet, mida saab lahendada erinevate strateegiate abil. Tavaline praktika matemaatiliste probleemülesannete lahendamisel on ka mitme strateegia kooskasutamine. Neljandas, tulemuste tõlgendamise faasis hinnatakse lahenduse realistlikkust matemaatilises ja tavaelulises kontekstis ning võimaluse korral avatakse ülesannet veelgi. Singapuri haridusteadlaste kogemus rõhutab selles etapis algsest, Pólya mudelist enam just lahendusest edasi või kaugemale vaatamise tähtsust (st kas elegantsema lahenduse leidmist, probleemi üldistamist, keerulisema olukorra vaatamist vms) (Leong *et al.*, 2014). Ülejäänud etappide nimetamisel võime küll teaduskirjanduses leida erinevusi, kuid sisuline pool on neil üldiselt sama.

Eelneva põhjal nähtub, et üldistatult on matemaatiline probleemilahendamine tsükliline protsess. Kui õpilane on probleemülesande lahendamise korralikult struktureerinud, on iga etapi juurde hõlpsasti võimalik tagasi pöörduda. Näiteks kui ülesande lahendamiseks valitud strateegia ei sobi, siis võib liikuda tagasi ja otsustada mõne teise strateegia kasuks. Strateegia ebasobivus võib ilmneda juba teises etapis, kus strateegia alusel lahenduskäiku planeeritakse, kolmandas etapis, kus strateegiat rakendatakse, või ka alles neljandas etapis, kus sobivuse võib kahtluse alla seada tulemuste tõlgendamisel tekkiv ebakõla näiteks reaalelulise olukorraga. Tagasipöördumine on võimalik senikaua ja nii mitme astme võrra, kuni rahuldust pakkuv tulemus on saavutatud.

Schoenfeldi (1985) täiendus Pólya küllalt üldisele, samas universaalsele mudelile seisneb selles, et õpilasel peab olema edukaks probleemilahenduseks juurdepääs vajalikele ainealastele teadmistele ja oskustele, eelnev tutvus heuristiliste strateegiatega, kontroll oma tegevuse üle ning usk probleemi lahendamise võimalikkusesse. Probleemülesannete lahendamise teoreetiline raamistik seisab aastakümnetepikkuse teadustöö tulemusena tugeval alusel, aga efektiivsete praktiliste rakenduste väljatöötamisega tegeletakse hoogsalt tänapäevani. Nii on Singapuris Pólya ja Schoenfeldi raamistike alusel töötatud välja põhjalikud töölehed ja hindamisjuhised (Toh *et al.*, 2011; Leong *et al.*, 2014), mis on aluseks võetud ka siin artiklis käsitletava uuringu küsimustiku koostamisel.

Algoritmiline lähenemine probleemide lahendamisel

1996. aastal kirjeldas Seymour Papert esmakordselt algoritmilist lähenemist (ingl *computational thinking*) arvutite kasutamise kontekstis probleemide lahendamisel nõnda, et inimestel oleks võimalus paremini probleeme analüüsida ja nendevahelisi seoseid lahti seletada. Uue lainena kerkis algoritmiline lähenemine päevakorda 2006. aastal, kui Wing defineeris selle kui mõtteprotsessi, mis toimub probleemide ja nende lahenduste formuleerimisel, kus lahendused oleksid esitatud sellises vormis, et neid oleks võimalik läbi viia infotöötluse agendil (Wing, 2006). Infotöötluse agendi all ei peetud seejuures silmas ainult arvutit, vaid ka mingit muud masinat, robotit või inimest. Hiljem on küll mitmed uurijad välja töötanud alternatiivseid mudeleid algoritmilisel lähenemisel kasutatavatest etappidest, kuid mõiste käsitlus on jäänud muutumatuks. Palts ja Pedaste (2020) on süstemaatilisel kirjandusanalüüsil leidnud, et Wingi lähenemisest on alguse saanud viis peamist arengusuunda (Barr & Stephenson, 2011; Brennan & Resnick, 2012; ISTE, 2011; Moreno-León, Robles, & Román-González, 2015; Selby & Woollard, 2013), kuid kõigi nende sünteesile tuginedes võib eristada kolme üldist etappi: probleemi defineerimine, probleemi lahendamine ja lahendi analüüs. Probleemi defineerimisel võib vaadelda veel nelja protsessi: probleemi sõnastamine, abstraheerimine, ümbersõnastamine ja osadeks lahtivõtmine (Palts & Pedaste, 2020). Probleemi lahendamisel eristatakse andmekogumist ja analüüsi ning algoritmilist disaini, paralleelsete ja korduvate protsesside kirjeldamist ning automatiseerimist. Lahendi analüüs koosneb üldistamisest ning testimisest ja hindamisest.

Samas on tähelepanuväärne, et algoritmilisel lähenemisel on teoreetiliselt eristatud küll mitut dimensiooni, kuid empiiriliselt on neid leitud teadaolevalt vaid kaks (Palts & Pedaste, 2017a): algoritmiline disain ning mustrite äratundmine ja loogika. Neid sooviti hinnata ka siinses uuringus. Algoritmiline disain tähendab probleemi sammsammulise lahenduskäigu loomist ja selle lahenduskäigu analüüsimist. Täpsemalt rakendatakse seejuures erinevaid tegevusi: abstraheerimist (probleemide lahendamisel oluliste detailide eristamist mitteolulisest), sammsammulist disaini (juhiste andmist võimalikule seadmele täitmiseks) ning hindamist (lahenduse efektiivsuse, ressursikasutuse ja tulemuste analüüsimist). Algoritmilist disaini rakendatakse igapäevaelus laialdaselt ja nii võib vaadelda seda üldpädevusena. Näiteks järgitakse seda toiduretseptide loomisel või ka kodumasinate programmides.

Mustrite äratundmine ja loogika sisaldab varasemast kogemusest tulenevate lahenduskäikude ja loogikamustrite äratundmist ja kasutamist. Täpsemad tegevused on seejuures probleemi osadeksvõtmine (probleemi jagamine väiksemateks lahendatavateks osadeks), loogika rakendamine (mittealgoritmiliste ülesannete lahendamine juhtumianalüüsi kasutades) ning üldistamine ja korduvate mustrite leidmine (lahenduse ülekandmine teistele sarnastele probleemidele). Mustrite äratundmist ja loogikat rakendame igapäevaselt üldpädevusena näiteks kiireima tee leidmisel ühest linnast teise liikumiseks, efektiivseima viisi leidmisel objektide sortimisel või ka lauamängudes võiduni viivate käikude leidmisel.

Kokkuvõtvalt võib algoritmilisel lähenemisel probleemide lahendamiseks näha sarnaseid tunnuseid matemaatilise probleemilahendamisega. Ka siinkohal on tegemist tsüklilise protsessiga ja võtmeoskuseks on probleemülesande struktureerimine, et saaks igale etapile eraldi keskenduda ja vajaduse korral eelnevate etappide juurde tagasi pöörduda, kui peaks ilmnema, et lõpuks saadud lahendus ei sobi.

Uurimuslik lähenemine probleemide lahendamisel

Uurimuslik lähenemine tugineb avastusõppele, millest loodusteaduste õppimise meetodina kirjutasid juba Bruner (1961) ja Popper (1959). Nad avasid seda kui teaduslike arusaamade konstrueerimise ja testimise protsessi, milles sõnastatakse uurimisküsimusi ja hüpoteese, testitakse neid eksperimenteerides ja tehakse loodusteaduslike nähtuste kohta üldistatud järeldusi. Uurimuslikku lähenemist võib defineerida kui uute põhjuslike seoste avastamise protsessi, kus õppija sõnastab hüpoteese ja katsetab neid eksperimentide või vaatluste tegemise teel (Pedaste, Mäeots, Leijen, & Sarapuu, 2012). Sageli vaadeldakse seda ka kui teatud lähenemist probleemide lahendamisele (Pedaste & Sarapuu, 2006), kus õppija võtab aktiivse rolli ja vastutuse uute teadmiste avastamise eest (de Jong & van Joolingen, 1998). Võrreldes avastusõppega on uurimusliku lähenemise puhul enam fookusesse tõstetud üldpädevuslikud aspektid. Nii võib öelda, et uurimuslik lähenemine on süsteemne erinevatest etappidest koosnev tsükliline protsess, mis on rakendatav väga erinevates ainevaldkondades probleemide lahendamiseks.

Uurimusliku lähenemise tsüklit on süstemaatilisele kirjandusanalüüsile tuginevalt avanud Pedaste jt (2015). Kuna seda mudelit on kasutatud rahvusvahelistes uuringutes laialdaselt ka järgnevatel aastatel kuni tänaseni ja uusi terviklikke mudeleid pole meile teadaolevalt esitatud, siis otsustasime kasutada seda ka oma töös. Pedaste jt (2015) uuringus tehtud 32 uurimuse sünteesi põhjal võib uurimuslikus protsessis eristada viis üldist etappi: suunaseadmine, hüpoteeside sõnastamine, uurimine, järeldamine ja arutelu. Suunaseadmine on protsess, milles tekitatakse uudishimu teema suhtes ja sõnastatakse probleem. Hüpoteeside püstitamise etapis töötatakse läbi teemakohased taustamaterjalid ja sõnastatakse nende põhjal uurimisküsimused või võimaluse korral ka hüpoteesid. Nii eristataksegi hüpoteeside sõnastamise etapil kaht alaetappi: küsimine ja hüpoteeside püstitamine. Uurimisetapp algab küsimustele või hüpoteesile vastavate tegevuste planeerimisega ja jaguneb katsetamise, eksperimenteerimise ning andmete tõlgendamise alaetappideks. Järeldamise etapis kasutatakse varem saadud andmeid sageli üldistatavate järelduste tegemiseks ning hinnatakse, kuivõrd hästi need sobivad algselt sõnastatud probleemi või konkreetsemate uurimisküsimuste vastuseks. Arutelu etapp jaguneb kaheks alaetapiks, milleks on reflekteerimine ja suhtlemine. Arutelus esitatakse teistes etappides tehtut ja saadud tulemusi kaasõpilastele ning kogutakse tagasisidet. Reflekteerimisel kirjeldatakse, analüüsitakse, hinnatakse ja arutletakse õpikogemuse üle. Kui suunaseadmine, hüpoteeside sõnastamine, uurimine ja järeldamine on enamasti vaadeldavad üksteisele järgnevate etappidena, siis arutelu toimub nendega sageli paralleelselt. Arutleda võib uurimusliku lähenemise iga üksiku etapi üle, aga ka uurimusliku protsessi kui terviku üle.

Uurimisprobleem

Eelnevast teoreetilisest sissejuhatusest matemaatilisse, algoritmilisse ja uurimuslikku probleemilahendamisse nähtub, et kõiki neid lähenemisi iseloomustab etapilisus ja tsüklilisus. Kõigi lähenemiste korral soovitatakse ka eelnevate etappide juurde tagasi pöörduda, kui järgneval etapil peaks ilmnema, et tulemus ei ole piisava kvaliteediga või protsessis on olnud puudusi. Seega võib nende kolme eraldi välja arenenud probleemide lahendamiseks sobiva strateegia kõrvutamise põhjal leida midagi universaalset, mis võiks kirjeldada probleemilahendamise strateegiate ühisosa. Viimane võiks olla vaadeldav komplekssete probleemide lahendamise oskusena. Nii võib öelda, et teoreetiliselt on matemaatilisel, algoritmilisel ja uurimuslikul probleemilahendamisel rakendatavad oskused vaadeldavad ühe kompleksse oskuste komplektina, kuid meile teadaolevalt ei ole seda varem empiiriliselt kontrollitud. Seetõttu on siinse uuringu probleemiks leida viis, kuidas kirjeldada üldist kompleksset probleemilahendamisoskust kolme spetsiifilisema probleemilahendamisoskuse varal.

Uuringu eesmärk

Teoreetilisest ülevaatest johtuvalt tekib esmalt küsimus, kas komplekssete probleemide lahendamisoskus on vaadeldav konstruktina, mis koosneb eri viisidel probleemide lahendamiseks vajalikest oskustest. Kui see nii oleks, siis peaks olema võimalik erinevate probleemide lahendamisoskuste hindamise tulemusi kombineerida üheks üldisemaks tunnuseks. Teiseks võib sel juhul oletada, et tegevused komplekssete probleemide lahendamise oskuse arendamiseks peaks sisaldama erinevat tüüpi probleemide lahendamiseks vajalike oskuste harjutamist. Kuna teoreetiline ülevaade viitas erinevate probleemide lahendamise strateegiate sarnasusele, siis võib arvata, et on võimalik välja töötada tegevused, mis arendavad samal ajal nii spetsiifiliste kui ka komplekssete probleemide lahendamise oskusi. Nii seati siinse uuringu esimeseks eesmärgiks välja töötada hindamisvahendid matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamisoskuse hindamiseks. Teise eesmärgina sooviti kontrollida, kas nimetatud kolme hindamisvahendiga hinnatud oskused on vaadeldavad ühe üldisema oskusena, mida võiks nimetada komplekssete probleemide lahendamise oskuseks. Täpsemalt sõnastati uuringus kaks uurimisküsimust:

1) Kuivõrd vastavad gümnaasiumiõpilaste matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamisoskuse hindamiseks koostatud mõõtevahendid nende teoreetilisele struktuurile?
2) Kas matemaatiline, algoritmiline ja uurimuslik probleemilahendamisoskus on vaadeldavad ühe üldisema probleemilahendamisoskusena?

Metoodika

Uuringus seatud eesmärkide saavutamiseks kohandati gümnaasiumiõpilastele ja eesti keelde matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamisoskuse hindamise vahendid, hinnati nende teoreetilise struktuuri vastavust empiiriliselt kogutavatele andmetele ning kolme hinnatava spetsiifilise oskuse põhjal üldisema komplekssete probleemide lahendamise oskuse kirjeldamise võimalust.

Hindamisvahendid

Siinses uuringus kasutati hindamisvahendeid, mis olid leitud süstemaatilise kirjandusanalüüsi teel ja seejärel kohandatud Tartu Ülikooli gümnaasiumi üldpädevuste arendamise projektis (vt Pedaste *et al.*, 2017b). Seejuures analüüsiti rahvusvahelistes uuringutes ja Eestis kasutatud hindamisvahendeid ning hinnati, kuivõrd need keskenduvad matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamise hindamisele üldpädevuslikust aspektist. Nii jäeti kõrvale näiteks PISA uuringus kasutatud mõõtevahendid, mis keskendusid eelkõige pädevuse ainespetsiifilistele komponentidele.

Matemaatilist probleemilahendamist hinnati uuringu jaoks välja töötatud testiga (vt Pedaste *et al.*, 2017b), milles oli kolm matemaatilist probleemülesannet, millest igaüks sisaldas kaheksat küsimust (kokku 24). Iga ülesande küsimusi oli võimalik selgemalt grupeerida nelja ossa nõnda, et need võimaldaksid vaadelda probleemist arusaamist, lahenduskäigu planeerimist, selle teostamist ning saadud tulemuste hindamist. Ülesannete juures oli arvestatud, et nende lahendamiseks vajaminevad matemaatilised teadmised oleksid õpilastel omandatud. Testi sooritamiseks oli õpilastel aega 55 minutit, küsimuste hindamisel kasutati olenevalt küsimusest kas kolme- või kahepalliskaalat. Samas ei olnud tegemist pidevskaalaga.

Uuringus kasutatud algoritmilise lähenemise hindamisvahend baseerub varem väljatöötatud elektroonilisel testil (Palts & Pedaste, 2017), mis sisaldab kümmet küsimust, millest viis hindavad algoritmilist disaini ja viis mustrite äratundmist. Testi sooritamiseks oli õpilastel aega 40 minutit. Iga küsimust hinnati dihhotoomsel skaalal – 1 punkt õige ja 0 punkti vale vastuse eest.

Uurimuslike oskuste hindamiseks kasutati Eesti koolidele loodusteadusliku kompetentsuse hindamiseks välja arendatud tasemetöö põhjal (vt Pedaste, 2018; Pedaste *et al.*, 2017a) koostatud 22 küsimust, mis olid ühendatud kolmeks suuremaks uurimuslikuks ülesandeks. Lähtuvalt Pedaste jt (2015) uurimusliku õppe mudelist oli hindamisvahendis kuus küsimust suunaseadmise, kaheksa uurimis- ja viis järeldamisoskuste hindamiseks. Koostatud hindamisvahend ei keskendunud hüpoteeside sõnastamise ja aruteluoskustele. Ülesannete sooritamiseks ajapiirangut ei seatud ja keskmiselt lahendati ülesannete komplekt 25 minutiga. Küsimusi hinnati ühe- kuni neljapalliskaalal, mis nagu matemaatiliste probleemilahendamisoskuste hindaminegi ei olnud pidevskaala.

Valim

Uuring tehti eestikeelsetes gümnaasiumides. Kasutati gümnaasiumi üldpädevuste projektis koostatud valimit ja selles projektis kogutud andmeid. Nimetatud uuringus võeti valimi moodustamise aluseks portaali haridussilm.ee andmebaasist tabel „Õpilaste arv üldhariduse päevases õppevormis kooli ja klassi lõikes 2015/2016“. Andmebaasist tehti väljavõte 11. detsembril 2016.

Koolide valimisse võtmiseks kasutati nelja kriteeriumi: kooli tüüp (kaasati gümnaasiumid, keskkoolid, filiaalid ja täiskasvanute gümnaasiumid, välistati algkoolid, kutseõppeasutused, põhikoolid); kooli liik (kaasati tava- ja täiskasvanute gümnaasiumid, välistati üks kool hariduslike erivajadustega õpilastele); õpilaste arv 2015/16. õppeaastal (kaasati koolid, milles oli 10. klassis õpilasi vähemalt 10, välistati 14 kooli); kooli õppekeelte hulgas on ka eesti keel (välistati kaks kooli, kus ainsaks õppekeeleks on inglise keel). Kirjeldatud kriteeriumidele vastas 144 kooli, milles õppis 10. klassis kokku 7487 õpilast. Koolid jagati kuude rühma nende asukoha ja suuruse alusel (kolm asukoha tunnust: suurlinna ehk Tallinna ja Tartu koolid, muude linnade koolid, muud koolid; kaks suuruse tunnust: 10. klassi õpilaste arvult asukoharühma keskmisest suuremad ja väiksemad koolid). Moodustatud kuues rühmas järjestati koolid juhuslikult ja igast rühmast valiti valimisse üks kool ja leiti, kui palju õpilasi seeläbi on valimisse kaasatud, valiti uuesti igast grupist valimisse järgmine kool ja uuesti arvutati valimisse kaasatud õpilaste arv, jätkati koolide kuue kaupa lisamist, kuni valimis oli vähemalt 1000 õpilast. Nii toimitud, selgus, et õpilaste arvu täitumiseks piisab, kui valida kuuest grupist igaühest kolm kooli (kokku 18 kooli). Seejärel küsiti koolidelt nõusolekut uuringus osalemiseks. Kui kool keeldus, siis valiti nimekirjast järgmine kool. Kui mingis valimirühmas vähenes sel moel õpilaste arv, siis võeti juurde kaks kooli. Lõplikku valimisse kuulus 19 gümnaasiumi.

Koolides korraldati mahukam gümnaasiumi üldpädevuste hindamise ja arendamise uuring. Laiemas uuringus keskenduti kuuele üldpädevusele, millega seoses kasutati 12 erinevat hindamisvahendit. Siinses artiklis keskendume neist kolmele – matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalase pädevuse hindamiseks kasutatud matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamise testidele. Osa hindamisvahendeid kasutati koolis ja osa jäeti õpilastele koduseks täitmiseks. Nii oli mõnest koolist vastajate arv suhteliselt napp (1 kuni 59 õpilast). Siinse uuringu uurimisküsimuste vastamisel oli võimalik kasutada kümnendas klassis kogutud andmeid 323 õpilaselt, kes olid vastanud kõigile kolmele küsimustikule uuringus käsitletavate probleemide lahendamise oskustega seonduvalt ja lisaks ka taustaandmete küsimustikule. Valimist 64% moodustasid neiud, 94% vastajate emakeel oli eesti keel.

Analüüsimeetodid

Kõigi hindamisvahendite abil kogutud andmete ja loodud teoreetiliste mudelite vastavuste kontrollimiseks ja komplekssete probleemide lahendamisoskust kirjeldava mudeli hindamiseks kasutati kinnitavat faktoranalüüsi. See tehti tarkvarapaketiga MPlus Version 7.4 (Muthén & Muthén, 2018), kasutades WLSMV estimaatorit. Tunnuste omadustest tulenevalt defineeriti need kategooriaalsetena. Teoreetiliste mudelite ja andmete vastavuse hindamiseks kasutati järgmisi näitajaid: χ^2, df, χ^2/df , RMSEA, CFI , TLI ja WRMR.

Tulemused

Mõõtevahendid matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamisoskuse hindamiseks

Matemaatiline probleemilahendamisoskus

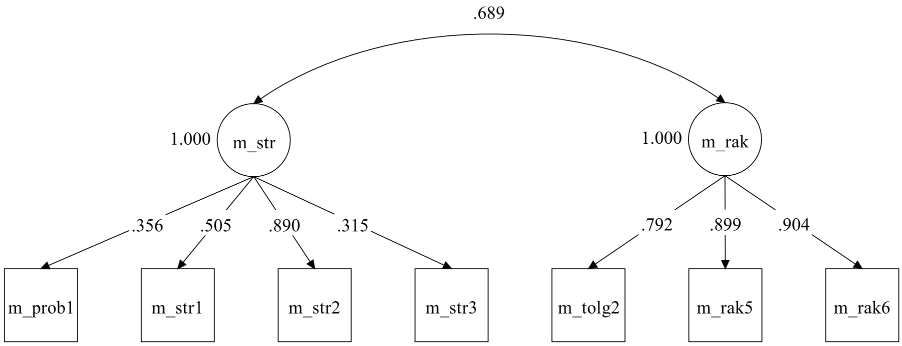
Matemaatilise probleemilahendamisoskuse hindamiseks kasutati testi, mis oli koostatud süstemaatilise kirjandusanalüüsi tulemusel koostatud mudeli põhjal (vt Pedaste jt, 2017b). Selle kohaselt hinnati testiküsimustega iga probleemülesande lahendamisel nelja osaoskust: probleemi leidmine kontekstist, lahendamise strateegia valimine, strateegia rakendamine ja tulemuste tõlgendamine. Asjakohane kirjeldav statistika on esitatud tabelis 1. Sellest nähtub, et kui kolmes dimensioonis saadi veidi alla poole võimalikest punktidest, siis tulemuste tõlgendamisel kolmandik punktidest. Kõige rohkem varieerusid tulemused probleemi lahendamise strateegia valimisel.

Tabel 1. Matemaatilise probleemilahendamise osaoskuste kirjeldav statistika (n = 323)

Osaoskus	Keskmine	SD*
Probleemi leidmine kontekstist (6 küsimust, kokku 9 punkti)	4,1	1,76
Probleemi lahendamise strateegia valimine (3 küsimust, kokku 9 punkti)	4,4	2,31
Valitud strateegia rakendamine (27 küsimust, kokku 27 punkti)	12,7	5,95
Tulemuste tõlgendamine (3 küsimust, kokku 9 punkti)	3,0	1,89

*SD = standardhälve

Kinnitav faktoranalüüs ei toetanud kõigi osaoskuste vaatlemist eraldi faktoritena. Seetõttu oletasime, et on võimalik tuginevalt Klahri ja Dunbari (1988) teooriale eristada kahte faktorit: üks hõlmab kõiki tegevusi probleemi lahendamise strateegia väljatöötamiseks ja teine kõiki tegevusi selle strateegia rakendamisel. See teoreetiline mudel kahe faktoriga, millest üks kirjeldab probleemülesande lahendamise kavandamist ja teine lahendamist koos tulemuste tõlgendamisega, leidis ka kinnitust (joonis 1). Mudeli sobitusaste oli hea ja eristatud faktorite vaheline korrelatsioon ei olnud väga tugev. Faktoranalüüsis kinnitust leidnud kahte latentset tunnust kirjeldav statistika on esitatud tabelis 2.



Joonis 1. Matemaatilise probleemilahendamise faktormudel (m_str = probleemi leidmise ja strateegia valimise faktor, m_rak = strateegia rakendamise ja tulemuste tõlgendamise faktor). Mudeli sobitusastme näitajad: χ^2 = 40,02, df = 13, χ^2/df = 3,08, RMSEA = 0,080, CFI = 0,977, TLI = 0,963, WRMR = 0,781. Joonisel on esitatud standardiseeritud tulemused, kus latentsete tunnuste dispersioonid on fikseeritud. Kõiki tunnuseid käsitleti kategoriaalsetena.

Tabel 2. Matemaatilise probleemilahendamise faktoranalüüsis eristatud osaoskuste kirjeldav statistika (n = 323)

Osaoskus	Keskmine	SD*
Probleemi leidmise ja strateegia valimise faktor (4 küsimust, kokku 11 punkti)	5,5	2,6
Strateegia rakendamise ja tulemuste tõlgendamise faktor (3 küsimust, kokku 8 punkti)	2,5	2,5

*SD = standardhälve

Algoritmiline probleemilahendamisoskus

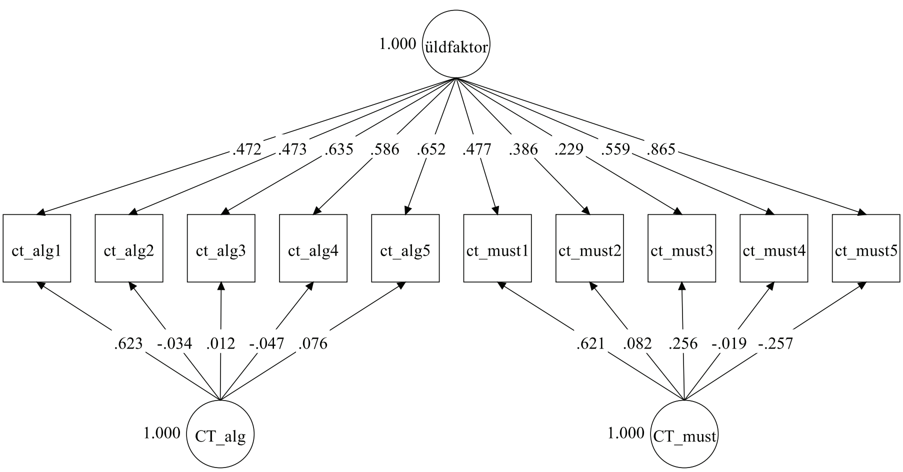
Algoritmilise probleemilahendamisoskuse hindamiseks kasutati testi, mis oli koostatud Paltsi ja Pedaste (2017) mudeli põhjal. Selle kohaselt hinnati testiküsimustega iga probleemülesande lahendamisel kahte osaoskust: algoritmiline mõtlemine ja mustrite äratundmine. Neid oskusi kirjeldav statistika on esitatud tabelis 3.

Tabel 3. Algoritmilise probleemilahendamise osaoskuste kirjeldav statistika (n = 323)

Osaoskus	Keskmine	SD*
Algoritmiline mõtlemine (5 küsimust, kokku 5 punkti)	3,2	1,27
Mustrite äratundmine (5 küsimust, kokku 5 punkti)	1,9	1,25

*SD = standardhälve

Kinnitava faktoranalüüsi põhjal testisime sarnaselt varasemate uuringutega (Palts & Pedaste, 2017; 2019), kus on kasutatud sama instrumenti, esmalt kahte osaoskust eraldi faktoritena. Ilmnes, et need olid sarnaselt varasemate uuringutega väga tugevalt korreleeritud (r = 0,941), ja seetõttu kontrollisime bifaktormudelit (joonis 2). Analüüs näitas, et algoritmilise mõtlemise ja mustrite äratundmise osaoskuste kõrval on eristatav tugev algoritmilise probleemilahendamise üldfaktor. See mudel oli paremate sobitusastme näitajatega kui ühefaktoriline mudel ja paremini kooskõlas teoreetilise mudeliga ning seetõttu otsustasime kasutada edaspidi just seda. Samas tuleb möönda, et kui kõik üldfaktori laadungid olid statistiliselt olulised, siis spetsiifiliste faktorite puhul oli algoritmilise mõtlemise latentse tunnuse puhul statistiliselt oluline vaid faktorlaadung esimesele küsimusele ja mustrite äratundmise latentse tunnuse puhul esimesele ja kolmandale küsimusele. Seega edaspidi vajaks siinses uuringus kasutatud hindamisvahend edasiarendamist, lisades hindamisvahendisse rohkem ülesandeid, mis on analoogsed nende statistiliselt olulise faktorlaadungiga ülesannetega.



Joonis 2. Algoritmilise probleemilahendamise faktormudel (CT_alg = algoritmilise mõtlemise faktor, CT_must = mustrite äratundmise faktor). Mudeli sobitusastme näitajad: χ^2 = 22,39, df = 27, χ^2/df = 0,83, RMSEA = 0,000, CFI = 1,000, TLI = 1,020, WRMR = 0,539. Joonisel on esitatud standardiseeritud tulemused, kus latentsete tunnuste dispersioonid on fikseeritud. Kõiki tunnuseid käsitleti kategoriaalsetena.

Uurimuslik probleemilahendamisoskus

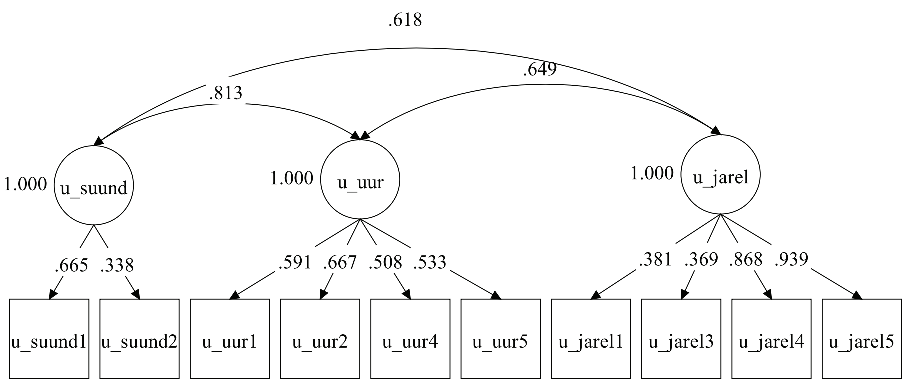
Uurimusliku probleemilahendamisoskuse hindamiseks kasutasime testi, mis oli koostatud Pedaste jt (2015) mudeli põhjal. Selle kohaselt hinnati testiküsimustega iga probleemülesande lahendamisel kolme osaoskust: suunaseadmine, uurimine ja järeldamine. Neid oskusi kirjeldav statistika on esitatud tabelis 4.

Tabel 4. Uurimusliku probleemilahendamise osaoskuste kirjeldav statistika (n = 323)

Osaoskus	Keskmine	SD*
Suunaseadmine (6 küsimust, kokku 10 punkti)	7,0	1,8
Uurimine (8 küsimust, kokku 16 punkti)	11,1	2,9
Järeldamine (5 küsimust, kokku 11 punkti)	7,3	2,5

*SD = standardhälve

Kinnitav faktoranalüüs toetas kolme osaoskuse vaatlemist eraldi faktoritena (joonis 3). Samas tuleb märkida, et suunaseadmise ja uurimise faktorite vahel oli suhteliselt tugev korrelatsioon. See on selgitatav nendes kahes uurimistöö etapis kasutatavate oskuste sarnasusega. Suunaseadmise etapis tuleb sõnastada probleem ja uurimise etapis probleemist lähtuvalt kavandada uuring ning koguda ja analüüsida andmed. Veel ilmnes, et faktorid ei kirjelda hästi mitte kõiki hindamisvahendis olevaid tunnuseid. Suunaseadmise etapis oli neid vaid kaks. Lõplikus mudelis kasutati ainult neid tunnuseid, mille puhul oli faktorlaadung vähemalt 0,3. Faktormudelis kinnitust leidnud latentsete tunnuste kirjeldav statistika on esitatud tabelis 5.



Joonis 3. Uurimusliku probleemilahendamise faktormudel (u_suund = suunaseadmise faktor, u_uur = uurimise faktor, u_jarel = järeldamisoskuse faktor). Mudeli sobitusastme näitajad: χ^2 = 75,79, df = 32, χ^2/df = 2,81, RMSEA = 0,065, CFI = 0,959, TLI = 0,943, WRMR = 0,913. Joonisel on esitatud standardiseeritud tulemused, kus latentsete tunnuste dispersioonid on fikseeritud. Kõiki tunnuseid käsitleti kategoriaalsetena.

Tabel 5. Uurimusliku probleemilahendamise osaoskuste kirjeldav statistika (n = 323)

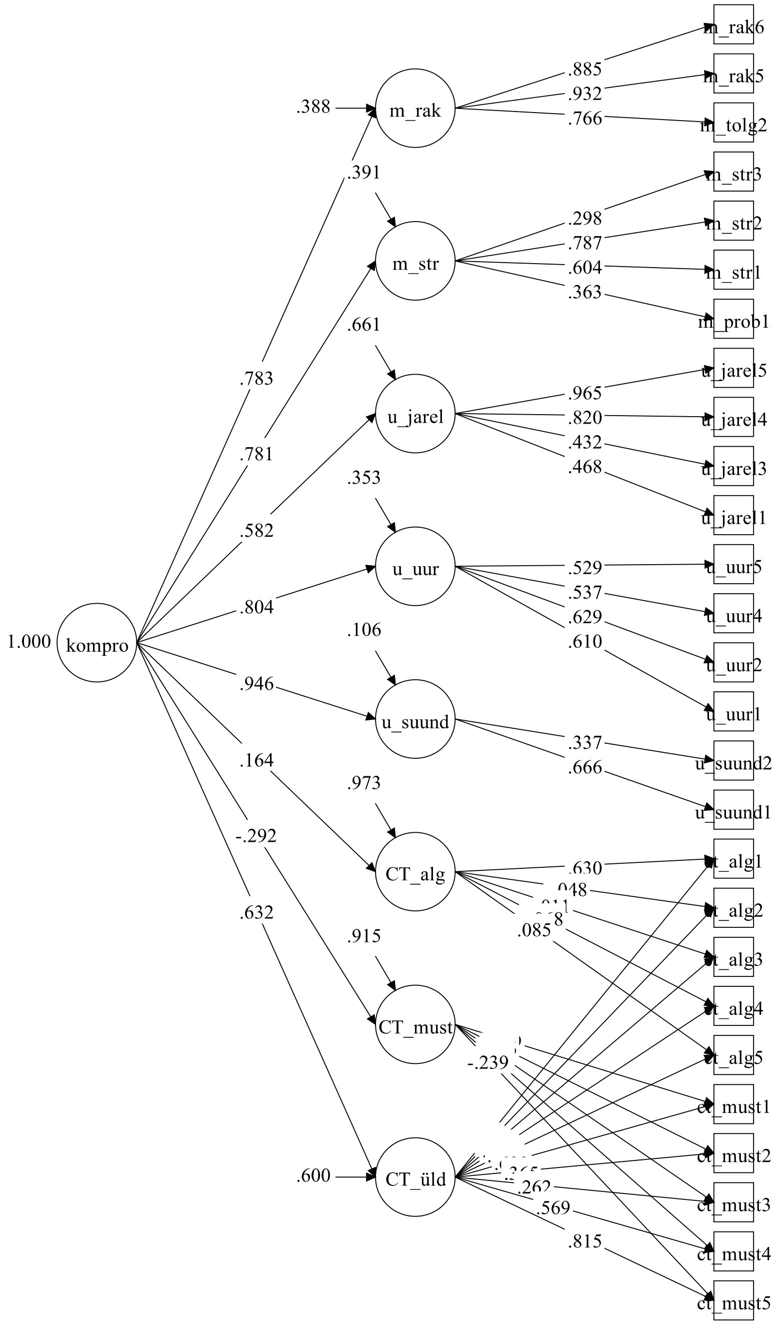
Osaoskus	Keskmine	SD*
Suunaseadmine (2 küsimust, kokku 5 punkti)	3,9	1,1
Uurimine (4 küsimust, kokku 10 punkti)	6,4	2,2
Järeldamine (4 küsimust, kokku 9 punkti)	5,7	2,2

*SD = standardhälve

Kompleksne probleemilahendamisoskus kui probleemilahendamisoskuste konstrukt

Pärast kolme erineva probleemide lahendamise viisiga seonduvate oskuste faktormudelite kinnitamist selgitati välja, kas need kolm faktormudelit on ühendatavad üheks mudeliks. Esmalt selgitati välja, kas need kolm on erinevad konstruktid. Faktormudel, milles neid kolme vaadeldi eraldi korreleeritud latentsete tunnustena, oli heade sobitusastme näitajatega ning matemaatilise, algoritmilise ja uurimusliku probleemilahendamisoskuse vahelised korrelatsioonid olid suhteliselt nõrgad. Seejuures vaadeldi algoritmilise probleemilahendamisoskuse korral eraldi bifaktormudeli üldfaktorit ja kahte spetsiifilist faktorit. Algoritmilise mõtlemisoskuse spetsiifilised faktorid korreleerusid teiste faktoritega väga vähe ($r < 0{,}3$) ning algoritmilise mõtlemisoskuse üldfaktori korrelatsioon matemaatilise ja uurimusliku probleemilahendamisoskuse vahel oli keskmise tugevusega (vastavalt 0,59 ja 0,58). Matemaatilise probleemilahendamise ja uurimuslike oskuste vahel oli korrelatsioon veidi tugevam (0,7), kuid siiski mitte niivõrd tugev, et peaks kaaluma nende käsitlemist ühe konstruktina. Seetõttu leiti, et kolm vaadeldud oskust on käsitletavad eraldi tunnustena.

Järgmiseks hinnati, kuivõrd hästi vastab koostatud kompleksete probleemide lahendamise oskusi kirjeldav faktormudel püstitatud teooriale, mille kohaselt moodustub komplekssete probleemide lahendamise oskus erinevatele probleemilahendamisstrateegiatele omaste oskuste summast. Saadud tulemused on kujutatud joonisel 4. Sellelt nähtub, et koostatud kõrgemat järku mudel on heade sobitusastme näitajatega ning komplekssete probleemide lahendamise oskust võib vaadelda konstruktina, mis kirjeldab eelkõige matemaatilise probleemilahendamise osaoskusi, uurimusliku probleemilahendamise suunaseadmise ja uurimise osaoskusi ning algoritmilise probleemilahendamise üldfaktorit. Need latentsed tunnused olid koostatud mudelis statistiliselt oluliste faktorlaadungitega.



Joonis 4. Komplekssete probleemide lahendamise faktormudel (kompro = komplekssete probleemide lahendamise oskus, ülejäänud lühendite selgitused on esitatud joonistel 1–3). Mudeli sobitusastme näitajad: χ^2 = 416,11, df = 308, χ^2/df = 1,35, RMSEA = 0,033, CFI = 0,957, TLI = 0,951, WRMR = 0,954. Joonisel on esitatud standardiseeritud tulemused, kus komplekssete probleemide lahendamise oskuse dispersioon on fikseeritud. Kõiki tunnuseid käsitleti kategoriaalsetena.

Arutelu

Siinne uuring näitas, et nii matemaatiline, algoritmiline kui ka uurimuslik probleemilahendamisoskus on vaadeldavad mitmedimensiooniliste konstruktidena. See on väärtuslik tulemus, sest võimaldab spetsiifilisemalt keskenduda iga probleemilahendamismeetodi omandamisel osaoskuste arendamisele. Varem on küll esitatud teoreetilisi käsitlusi nimetatud oskuste dimensioonide kohta (nt Bransford & Stein, 1993; Palu & Kikas, 2015; Pedaste *et al.*, 2015; Pólya, 1945; Schoenfeld, 1985), kuid empiiriliselt on neid õnnestunud eristada suhteliselt harva (vt Palts & Pedaste, 2017). Selline dimensioonide eristamine võimaldab paremini mõista nende oskuste aladimensioone, et siis keskenduda täpsemalt nii oskuste hindamisele kui ka arendamisele. Seega võib siinse uuringu tulemusel soovitada õpetajatel süsteemselt harjutada õpilastega eraldi probleemide ja nende lahendamise strateegiate leidmist ning rakendamist, algoritmilist mõtlemist ja mustrite äratundmist, suunaseadmist, uurimist ja järeldamist. Need on kõik komplekse probleemilahendamise komponendid, mille eraldi arendamisel peaks olema võimalik saavutada märkimisväärsem areng ka üldises probleemilahendamisoskuses. Tõsi, siinne uuring ei keskendunud nende oskuste eraldi arendamisele ning see vajaks tähelepanu omaette uuringus.

Lisaks võib tehtud uuringu väärtuseks pidada rakendatud metoodikat – Eestis on veel suhteliselt harvaesinev nähtus riiklike testide psühhomeetriliste näitajate analüüs ja nii võiks siinne uuring näidata suunda ka testide arendajatele. Ses uuringus näidati, et nimetatud osaoskused on kinnitava faktoranalüüsi põhjal eristatavad – kogutud andmed vastavad teoreetilisele mudelile. Seni on Eestis pigem levinud lähenemine, kus eristatakse osaoskusi teoreetiliselt, aga ei kontrollita nende empiirilist eristatavust psühhomeetriliste näitajate põhjal. Seega võiks siinne uuring olla ka üliõpilastele ja uurijatele teenäitajaks metoodilises plaanis.

Teiseks leidsime, et matemaatiline, algoritmiline ja uurimuslik probleemilahendamisoskus on kõik vaadeldavad eraldi oskustena – nende konstruktide vaheline korrelatsioon on suhteliselt nõrk. Meie teada ei ole varasemates uuringutes analüüsitud, kas neil on ühisosa või on need eristatavad. Samas on need kolm oskust konstrueeritavad üheks üldisemaks oskuseks. Seda võib vaadelda komplekssete probleemide lahendamise oskusena, sest viimane eeldab kompleksse probleemi lahtiharutamist osaprobleemideks ning seejärel sobiva spetsiifilisema probleemilahendamisoskuse rakendamist. Varasemad uuringud on komplekssete probleemide lahendamise oskust käsitlenud ainespetsiifiliste keerukate probleemide lahendamise oskusena (vt Herde *et al.*, 2016; Sternberg & Frensch, 2014) või aineteülese konstruktina, mis koosneb üldistest probleemilahendamisoskustest (vt Gnaldi *et al.*, 2020), aga siinne uuring avab selle erinevate probleemilahendamisstrateegiate ühisosa leidmise vaatepunktist. Nii näiteks võib ühe kompleksse probleemi lahendamisel olla vaja nii matemaatilist, algoritmilist kui ka uurimuslikku lähenemist. See on oluline tulemus, sest näitab, et Maailma Majandusfoorumi ekspertide üheks olulisemaks tuleviku töökohtadel vajalikest oskustest peetud komplekssete probleemide lahendamise oskust (The Future of Jobs, 2016) on võimalik arendada osaoskuste harjutamise teel.

Samas tuleb möönda, et siinses uuringus vaatluse alla võetud kolm meetodit probleemide lahendamiseks ei ole ainsad probleemide lahendamise strateegiad. Seetõttu võib edasistes uuringutes keskenduda veel muudegi strateegiatega seotud oskuste hindamisele ning seejärel kontrollida, kas kõik need on ühendatavad üheks üldiseks konstruktiks. Näiteks Jonassen (2000) on oma teoreetilises analüüsis eristanud 11 probleemitüüpi, mille lahendamiseks on vaja ka mõneti erinevaid strateegiaid ja oskusi. Samas, osa neist oskustest ka kattuvad ning seetõttu võib oletada, et komplekssete probleemide lahendamiseks vajalike spetsiifiliste oskuste loend ei ole niivõrd ulatuslik kui erinevate probleemitüüpide loend.

Sel uuringul on ka teatud piirangud. Esiteks peab arvestama, et komplekssete probleemide kirjeldamiseks ühendati vaid kolme probleemilahendamisoskusega seonduvad konstruktid. Nende kõrval võib leida teisigi probleemilahendamismudeleid, nt Bransfordi ja Steini (1993) mudel *IDEAL problem solver*. Nende lisamine uuringusse võiks aidata tulemusi veelgi laiemas kontekstis valideerida. Teiseks tuleb arvestada, et uuring tehti ainult gümnaasiumiõpilaste seas ja seega peaks edasistes uuringutes leidma, kas tehtud üldistus on laiemalt korrektne. Edasi oleks siinse uuringu tulemustele tuginedes vaja välja töötada juhised komplekssete probleemide osaoskuste süsteemseks arendamiseks ja hinnata, kuidas on võimalik neid oskusi arendada. See uuring pakub selleks psühhomeetrilistelt valideeritud teoreetiliste mudelitega vastavuses olevad hindamisvahendid. Tõsi, tulevastes sekkumisuuringutes on vaja veel selgitada, kuivõrd hästi on võimalik nende abil eristada muutusi õpilaste oskustes.

Tänusõnad

Uurimistööd on toetanud Haridus- ja Teadusministeerium Tartu Ülikooli projekti „Üldpädevuste arendamine gümnaasiumis“ kaudu (projekti kood LSVHI16455). Täname kogu projekti meeskonda, kes on töö eri etappidel panustanud väärtusliku tagasisidega, aga eelkõige Külli Korit, Maarja Sõrmust ja Kersti Kivisood, kes osalesid projekti esimestel etappidel matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiapädevuse arendusrühmas uuringus kasutatud küsimustike väljatöötamisel ning õpilastelt andmete kogumisel.

Kasutatud kirjandus

Barr, V., & Stephenson, C. (2011). Bringing computational thinking to K-12: what is involved and what is the role of the computer science education community? *ACM Inroads*, *2*(1), 48–54. https://doi.org/10.1145/1929887.1929905

Brennan, K., & Resnick, M. (2012, April). New frameworks for studying and assessing the development of computational thinking. In *Proceedings of the 2012 annual meeting of the American Educational Research Association, Vancouver, Canada* (pp. 1–25).

Bruner, J. S. (1961). The act of discovery. *Harvard Educational Review*, *31*(1), 21–32.

Darling-Hammond, L. (2010). *The flat world and education. How America's commitment to equity will determine our future*. New York and London: Teachers College, Columbia University.

De Jong, T., & van Joolingen, W. R. (1998). Scientific discovery learning with computer simulations of conceptual domains. *Review of Educational Research*, *68*, 179–202. https://doi.org/10.2307/1170753

Eesti haridusvaldkonna arengukava 2021–2035 (2020). Külastatud aadressil https://www.hm.ee/sites/default/files/haridusvaldkonna_arengukava_2021-2035_10.07.2020.pdf

Gnaldi, M., Bacci, S., Kunze, T., & Greiff, S. (2020). Students' complex problem solving profiles. *Psychometrika*, *85*(2), 469–501. https://doi.org/10.1007/s11336-020-09709-2

Greiff, S., Fischer, A., Stadler, M., & Wüstenberg, S. (2015). Assessing complex problem-solving skills with multiple complex systems. *Thinking & Reasoning*, *21*(3), 356–382. https://doi.org/10.1080/13546783.2014.989263

Herde, C. N., Wüstenberg, S., & Greiff, S. (2016). Assessment of complex problem solving: what we know and what we don't know. *Applied Measurement in Education*, *29*(4), 265–277. https://doi.org/10.1080/08957347.2016.1209208

ISTE (2011). *Operational Definition of Computational Thinking*. Külastatud aadressil http://www.iste.org/docs/ct-documents/computational-thinking-operational-definition-flyer.pdf?sfvrsn=2.

Jonassen, D. H. (2000). Toward a design theory of problem solving. *Educational Technology Research and Development*, *48*, 63–85. https://doi.org/10.1007/BF02300500

Klahr, D., & Dunbar, K. (1988). Dual space search during scientific reasoning. *Cognitive science*, *12*(1), 1–48. https://doi.org/10.1207/s15516709cog1201_1

Leong, Y. H., Tay, E. G., Quek, K. S., Toh, T. L., Toh, P. C., Dindyal, J., Ho, F. H., & Yap, R. A. S. (Eds.). (2014). *Making mathematics more practical: Implementation in the schools*. World Scientific Publishing Co Inc.

Lepmann, L. (2011). Ainevaldkonna ja üldosa seostest. Gümnaasiumi valdkonnaraamat Matemaatika 2011. Külastatud aadressil https://oppekava.ee//wp-content/uploads/2016/10/LLepmann_yldosa.pdf.

Moreno-León, J., Robles, G., & Román-González, M. (2015). Dr. Scratch: Automatic analysis of scratch projects to assess and foster computational thinking. *RED. Revista de Educación a Distancia*, (46), 1–23.

Muthén, L. K., & Muthén, B. (2018). Mplus. *The comprehensive modelling program for applied researchers: user's guide*, *5*.

Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Palts, T., & Pedaste, M. (2017). Tasks for assessing skills of computational thinking. In *Proceedings of the 2017 ACM Conference on Innovation and Technology in Computer Science Education* (p. 367). https://doi.org/10.1145/3059009.3072999

Palts, T., & Pedaste, M. (2019). Tasks for assessing computational thinking skills at secondary school level. In *International Conference on Innovative Technologies and Learning* (pp. 216–226). Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-35343-8_23

Palts, T., & Pedaste, M. (2020). A model for developing computational thinking skills. *Informatics in Education*, *19*(1), 113–128. https://doi.org/10.15388/infedu.2020.06

Palu, A., & Kikas, E. (2015). Matemaatikapädevus. Teoses E. Kikas ja A. Toomela (toim), *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (lk 242–254). Tallinn, Eesti Ülikoolide Kirjastus OÜ.

Papert, S. (1996). An exploration in the space of mathematics educations. International *Journal of Computers for Mathematical Learning*, *1*(1), 95–123. https://doi.org/10.1007/BF00191473

Pedaste, M. (2018). *Loodusvaldkonna õpitulemuste e-hindamise kontseptsiooni täiendatud versioon*. Tartu Ülikool, Sihtasutus Innove. Külastatud aadressil https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/09/Loodusvaldkonna_e_hindamise_kontseptsioon_august_2018.pdf.

Pedaste, M., Brikker, M., Rannikmäe, M., Soobard, R., Mäeots, M., & Reiska, P. (2017a). *Loodusvaldkonna õpitulemuste hindamine*. Tartu Ülikool. Külastatud aadressil http://haridusinfo.innove.ee/UserFiles/Organisatsioonist/ESF%20tegevused/Loodusvaldkon-na%20e-hindamine.pdf.

Pedaste, M., Leijen, Ä., Kiive, E., Saks, K., Tamm, A., Kori, K., Barkalaja, A., Jürine, A., Hint, H., Mäeots, M., Peitel, T., Kuusik, S., Park, L., Tragel, I., Palts, T., & Sõrmus, M. (2017b). *Süstemaatiline kirjanduse analüüs üldpädevuste määratlemiseks, hindamiseks ja arendamiseks gümnaasiumis*. Külastatud aadressil https://docs.google.com/document/d/1U6gC3bl9wZ1-zxgfqFhjeJIvhzip2015/edit#heading=h.gjdgxs.

Pedaste, M., Mäeots, M., Leijen, Ä., & Sarapuu, S. (2012). Improving students' inquiry skills through reflection and self-regulation scaffolds. *Technology, Instruction, Cognition and Learning*, *9*, 81–95.

Pedaste, M., Mäeots, M., Siiman, L. A., de Jong, T., Van Riesen, S. A., Kamp, E. T., Manoli, C. C., Zacharia, Z. C., & Tsourlidaki, E. (2015). Phases of inquiry-based learning: Definitions and the inquiry cycle. *Educational Research Review*, *14*, 47–61. https://doi.org/10.1016/j.edurev.2015.02.003

Pedaste, M., & Sarapuu, T. (2006). Developing an effective support system for inquiry learning in a web-based environment. *Journal of Computer Assisted Learning*, *22*(1), 47–62. https://doi.org/10.1111/j.1365-2729.2006.00159.x

Pólya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton: Princeton University Press.

Popper, K. (1959). *The logic of scientific discovery*. New York, Basic Books.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2015). *Problem-solving strategies in mathematics: From common approaches to exemplary strategies. Problem Solving in Mathematics and Beyond*. World Scientific Publishing Co, Singapore.

Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical problem solving*. Orlando, FL: Academic Press.

Selby, C., & Woollard, J. (2013). *Computational thinking: the developing definition*. Külastatud aadressil https://eprints.soton.ac.uk/356481/.

Sternberg, R. J., & Frensch, P. A. (Eds.). (2014). *Complex problem solving: Principles and mechanisms*. Psychology Press.

The Future of Jobs. Employment, skills and workforce strategy for the fourth industrial revolution (2016). Külastatud aadressil http://www3.weforum.org/docs/WEF_Future_of_Jobs.pdf.

Toh, T. L., Quek, K. S., Leong, Y. H., Dindyal, J., & Tay, E. G., (Eds.). (2011). *Making mathematics practical: An Approach to Problem Solving*. World Scientific Publishing Co Inc.

Wing, J. M., 2006. Computational thinking. *Communications of the ACM*, *49*(3), 33–35. https://doi.org/10.1145/1118178.1118215

Skills required to solve complex problems and their assessment and development in secondary school

Margus Pedaste[a1], **Tauno Palts**[b], **Tiina Kraav**[b], **Kerli Orav-Puurand**[b]

[a] *Institute of Education, University of Tartu*
[b] *Institute of Mathematics and Statistics, University of Tartu*

The aim of this study was to find out whether the skills to solve complex problems can be described and developed on the basis of mathematical, algorithmic and inquiry-based problem-solving strategies. We define mathematical competence as the ability to identify situations that can be elaborated using mathematics, to understand and apply mathematical problem-solving in everyday situations in areas other than mathematics, and the ability to open the mathematical findings in an everyday life context. We define algorithmic thinking as a thought process that takes place in the formulation of problems and their solutions, where the solutions are presented in such a form that they can be performed by an information processing agent (Wing, 2006). We define the inquiry-based approach as a process of discovering new causal relationships, where the learner formulates hypotheses and tests them through experiments or observations (Pedaste, Mäeots, Leijen, & Sarapuu, 2012). All these strategies are characterised by phasing and cyclicality. Thus, by comparing these three strategies for solving separately developed problems, one can find something universal that could describe the generic part of different problem-solving strategies. The latter could be seen as the skill to solve complex problems.

The first goal of this study was to adapt assessment tools to assess mathematical, algorithmic, and inquiry-based problem-solving skills. Secondly, it sought to examine whether the skills assessed by these three assessment instruments can be considered as one of the more general skills that could be called a complex problem-solving skill. More specifically, two research questions were formulated:

1) What is the fit of the theoretical structure and data collected with the adapted measuring instruments designed to assess the mathematical, algorithmic and inquiry-based problem-solving skills of secondary school students?

[1] Insitute of Education, University of Tartu, Salme 1a, Tartu, 50103 Estonia; margus.pedaste@ut.ee

2) Can mathematical, algorithmic and inquiry-based problem-solving skills be described as one more general problem solving skill?

To achieve the goals, the instruments for assessing mathematical, algorithmic and inquiry-based problem-solving skills were adapted, and their quality and theoretical structure were assessed using empirically collected data.

The research questions of the study were answered using data collected in a larger study. In this case data of a total of 323 students from the 10^{th} grade in 19 secondary schools were examined. Only data from the students who had completed all three questionnaires as well as a background questionnaire were included in the analysis.

Confirmatory factor analysis was used to check the model fit of the assessment tools and to evaluate the model describing the skill to solve complex problems. The results of the confirmatory factor analysis showed that in mathematical problem solving it is possible to distinguish two factors, one of which describes the planning of the strategy to solve a problem and the other describing the solution and interpretation of the results. In solving algorithmic problems, two factors were distinguished: algorithmic thinking and pattern recognition. However, these factors were strongly correlated, and therefore we examined a bifactor model that showed a clearly distinguishable general factor. In the case of inquiry-based problem solving, three factors were distinguished, one describing orientation in the inquiry-based process, second the investigation process, and the third was making conclusions.

After testing the factor models of the three different problem-solving approaches, it was determined whether the three factor models could be combined into one higher-order model. It was first analysed to establish whether the three were different constructs. The factor model, in which the three were considered as separate correlated latent variables, had good quality indicators, and the correlations between mathematical, algorithmic, and inquiry-based problem-solving skills were relatively low. Thus, the next step was to assess how well the developed complex problem-solving factor model corresponds to the established theory, according to which the skill to solve complex problems consists of the sum of different problem-solving strategies. It was found that the developed higher order model had good quality indicators and the skill to solve complex problems could be seen as a construct that describes strongly different sub-skills of the mathematical problem solving, inquiry-based problem solving and the general factor of algorithmic problem-solving.

Further studies should focus on designing guidelines for the systematic development of sub-skills of complex problems and on assessing the effect of these interventions. The present study provides assessment tools in line with psychometrically validated theoretical models. Indeed, future studies still need to clarify how well they can be used to differentiate even minor changes in students' skills.

Keywords: complex problems, mathematical probleem-solving, algorithmic problem-solving, inquiry-based problem-solving, Confirmatory Factor Analysis.