

# Matemaatikapädevuse hindamine Eesti e-tasemetöödega

Marje Johanson<sup>a1</sup>, Margus Pedaste<sup>a</sup>, Merlin Pastak<sup>c</sup>, Karin Täht<sup>bd</sup>,  
Maarja Sõrmus<sup>a</sup>, Hannes Jukk<sup>b</sup>

<sup>a</sup> Tartu Ülikooli haridusteaduste instituut

<sup>b</sup> Tartu Ülikooli matemaatika ja statistika instituut

<sup>c</sup> Tartu Ülikooli arvutiteaduse instituut

<sup>d</sup> Tartu Ülikooli psühholoogia instituut

## Annotatsioon

Eesti matemaatika e-tasemetööde eesmärk on hinnata matemaatika ainetemate õpitulemusi, aga ka matemaatikapädevust kui üldpädevust. Samas on töid koostades lähtunud ülesannete kategoriseerimisel ainetemadest ning puudub ülevaade, kuidas hästi võimaldavad e-tasemetööd hinnata matemaatikapädevuse kui üldpädevuse dimensioone. Siinses artiklis antakse ülevaade matemaatikapädevuse käsitustest ja analüüsitakse Eestis põhikooli II kooliastme matemaatika e-tasemetöid, lähtudes matemaatikapädevuse uurimisraamistikust. Tulemused näitasid, et 2020. aasta töös keskenduti kõigile kuuele alampädevusele, kõige enam protseduurilisele pädevusele ja kõige vähem arutluspädevusele. Varasemates töödes on aga osa alampädevusi jäänud hindamata. Samuti ilmnis, et vähe on tähelepanu hinnangu andmisel ning rohkem tõlgendamisel ja pädevuste kasutamisel. Uuringu tulemused aitavad avada matemaatikapädevust kui üldpädevust ning toetada pädevuse hindamist nii tasemetöös kui ka õpetajate igapäevatoos.

*Võtmesõnad:* matemaatikapädevus, üldpädevus, e-tasemetööd, hindamine

## Sissejuhatus

Alates 2000. aastast on matemaatika õpitulemuste hindamisel hakatud matemaatika sisuteemade (nt algebra ja geomeetria) kõrval enam tähelepanu pöörama matemaatikapädevusele kui millelegi üldisemale, püüdes määratleda matemaatika õppimise eesmärgi, kirjeldamata konkreetseid teemasid ja sisuelemente (Boesen *et al.*, 2018). Keith Devlin (2021) märgib oma artiklis, et sedalaadi muutused on väga tervitatavad, sest nii igapäevaelus kui ka matemaatikute töös vajalikud matemaatilised oskused on oluliselt muutunud. Ta leiab, et nüüdisajal on vaja pigem matemaatilist mõtteviisi kui näiteks kiiresti ja õigesti

---

<sup>1</sup> Haridusteaduste instituut, Tartu Ülikool, Salme 1a, 50103 Tartu; marje.johanson@ut.ee.

arvutamise oskust. See on oskus, milles inimene ei ole nii võimekas kui arvutid ning inimese ülesanne peaks olema pigem osata olemasolevaid tööriistu tõhusalt dirigeerida (lk 11). Kuigi ka Devlin (2021) möönab, et mõtlemiseks on vaja omada piisavalt teadmisi näiteks arvutamisest, on selline matemaatilisele mõtteviisile keskenduv lähenemine uudne ja kooskõlas matemaatikapädevuse kui üld- ja valdkonnapädevuse varasemast enam fookusesse toomisega.

Eesti põhikooli riiklikus õppekavas on matemaatikapädevus defineeritud aastast 2002 (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002) ja ka kehtivas õppekava versioonis on see üks osa matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalasest pädevusest. Muu hulgas tähendab see suutlikkust kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid koolis ja igapäevaelus ning suutlikkust kirjeldada ümbritsevat maailma ja teha tõendus põhiseid otsuseid (vt Põhikooli riiklik õppekava, 2021). Niisiis viitab matemaatikapädevus matemaatikale omaste meetodite ja keele rakendamisele eri eluvaldkondades, mitte ainult matemaatikas. Ehk sarnaselt Devliniga (Devlin, 2021) on ootuseks pigem matemaatiline mõtteviis ning selle kasutamine koolis ja igapäevaelus näiteks millegi kirjeldamisel või otsuste tegemisel. Pedaste jt (Pedaste *et al.*, 2021; Pedaste *et al.*, 2020) on seda vaadeldud ühe osana komplekssete probleemide lahendamise oskusest. Riikliku õppekava matemaatika ainevaldkonna kavas on täpsustatud, et matemaatikapädevus tähendab ka oskust püstitada ja lahendada probleeme, esitada tulemusi, põhjendada oma ideid ja arutleda nende üle (Ainevaldkond „Matemaatika“, 2014). See näitab veelgi laiemat ootust matemaatika õpitulemuste kasutamisele probleemide lahendamisel ja mõistmisel. Seega tuginedes riiklikule õppekavale, on matemaatikapädevus just üldpädevusena seatud üheks selgeks õppealaseks eesmärgiks.

Matemaatikapädevuse hindamine on olnud ka üks riiklike e-tasemetööde eesmäärke. Näiteks matemaatika 6. klassi e-tasemetöö eristuskirja järgi on 2015. aastast olnud e-tasemetöö eesmärk „hinnata riiklike õppekavade üldpädevuste, valdkonnapädevuste, läbivate teemade ja õpitulemuste omandatust“ (6. klassi matemaatika..., 2015). Samas on e-tasemetöö ülesehituses lähtutud ainesisu teemadest (arvutamine u 40%, andmed ja algebra u 30%, geomeetria, mõõtmine u 30%). Lisaks on märgitud, et kõigi õppekavas esitatud üld- ja valdkonnapädevuste kujunemist, õppeesmärkide saavutatust ning kooliastme õpitulemuste omandatust ei hinnata igal aastal. Niisugune lähenemine e-tasemetööde koostamisele on jätkunud viimase ajani. Näiteks kirjutavad Jukk jt (2020) matemaatika 1. ja 2. kooliastme õpitulemuste e-hindamise kontseptsioonis, et esimeses kooliastmes keskendutakse hindamisel ainevaldkondadele arvutamine, geomeetrilised kujundid, mõõtmine ja tekstülesanded ning teises kooliastmes ainevaldkondadele arvutamine, andmed ja algebra, geomeetrilised kujundid ja mõõtmine. Neis valdkondades hinnatakse eraldi ülesannetega

mõisteliste ja protseduuriliste teadmiste ning mõistete ja protseduuride rakendamise taset. Erinevalt 2015. aastast ei tooda 2020. aastal enam välja eesmärki hinnata e-tasemetöödega matemaatikapädevust kui üldpädevust, kuid endiselt on eesmärgiks matemaatika valdkonnapädevuste kujunemise kontrollimine. Kuna viimased on suures osas kattuvad üldpädevuse definitsioonis esitatuga ja pigem isegi laiendavad seda, siis tekib sellise lähenemise korral küsimus, kui võrd süsteemselt on matemaatikapädevust kui üldpädevust hinnatud. Autoritele teadaolevalt ei ole seda varem analüüsitud. On täiesti võimalik, et koostades ülesandeid ainevaldkondade struktuuri järgi, on tagatud ka matemaatikapädevuse kui üldpädevuse hindamine, kuid sellekohased andmed kirjanduses puuduvad. Siinne uuring püüab seda lünka täita.

## **Teoreetiline taust**

### **Matemaatikapädevus**

Üheks varasemaks matemaatikapädevust kooli kontekstis avavaks tööks võib nimetada Ameerika Ühendriikides Riikliku Matemaatikaõpetajate Nõukogu (National Council of Teachers of Mathematics, lühend NCTM) avaldatud koolimatemaatika standardeid (NCTM, 2000). Neis esitati nii ainevaldkonnad (arvud ja tehted, algebra, geomeetria, mõõdud, andmete analüüs ja tõenäosus) kui ka matemaatikaga seonduvad protsessid: probleemide lahendamine, arutlemine ja tõestamine, kommunikatsioon, seoste loomine ja ideede esitamine (NCTM, 2000). Need protsessid on vaadeldavad matemaatikapädevuse raames üld- või valdkonnapädevusena.

Ameerika Ühendriikides avaldatud standardite eesmärk oli eelkõige koolides matemaatika õpetamise ning matemaatikaõpetajate ettevalmistuse suunamine. Matemaatika õpitulemuste hindamisele keskenduti OECD PISA testide arendamisel. 2000. aastal toodi PISA hindamispõhimõtetes välja, et PISA testiga hinnatakse matemaatilise kirjaoskuse kolme dimensiooni: protsesse, sisu ja konteksti (OECD, 2000). Lahtiseletatult tähendas see, et hinnati õpilaste võimekust ideid analüüsida, põhjendada ja tutvustada; matemaatilisi probleeme oskuslikult esitada, avada ja lahendada; mõista laiu matemaatilisi teemasid, nagu muutus, kasv, ruum ja kujud, kvantitatiivne põhjendamine, seosed; oskust kasutada matemaatikat igapäevaelu situatsioonides, õppimisel, töötamisel jne. Seega sisuliselt hinnati matemaatikapädevust kui üld- ja valdkonnapädevust, kuigi seda nimetati matemaatiliseks kirjaoskuseks. Nii on see jäänud praeguseni ning aastatel 2012, 2015 ja 2018 on PISA raamistikus matemaatikapädevus defineeritud matemaatilise kirjaoskuseks, mille keskmeks on matemaatika rakendamine eri kontekstides, sealhulgas nii matemaatilistes

situatsioonides kui ka laiemalt igapäevaelu situatsioonides hinnangute andmisel ja otsuste tegemisel (vt OECD, 2018).

Spetsiifilisemalt kasutatakse pädevuse mõistet matemaatika-pädevuse kirjeldamisel 2002. aastal Taani Haridusministeeriumi algatatud projektis „Matemaatika-pädevused ja matemaatika õppimine: Taani KOM projekt“ (Niss, 2003; Niss & Jensen, 2002). Projekti tulemusena kirjeldati kaheksat matemaatika-pädevuse komponenti, mida võib vaadelda ka alampädevustena: matemaatiline mõtlemine; matemaatiliste probleemide koostamine ja lahendamine; matemaatiline modelleerimine; matemaatiline arutlemine; matemaatiliste objektide ja situatsioonide esitamine; matemaatiliste sümbolite ja formalismi käsitlemine; kommunikatsioon; abivahendite ja tööriistade, näiteks infotehnoloogia kasutamine (Niss, 2003). Matemaatika-pädevust defineeriti võimena mõista ja kasutada matemaatikat nii matemaatika kui ka muude valdkondade situatsioonides (Niss, 2003). Seega on ka nimetatud töös vaadeldud matemaatika-pädevust pigem üld- ja valdkonnapädevusena, mitte kitsalt ainesisuteemadest lähtudes. Järgnevatel aastatel defineeriti matemaatika-pädevust eri riikide õppekavades, näiteks 2004. aastal Hiinas, 2005. aastal Indias, 2007. aastal Singapuris ja 2010. aastal Norras (Boesen *et al.*, 2014). Kõigil neil juhtudel keskenduti matemaatika-pädevusele kui üld- ja valdkonnapädevusele või Devlini (2021) lähenemises matemaatilisele mõtteviisile.

Eesti põhikooli ja gümnaasiumi riiklikus õppekavas defineeriti matemaatika-pädevust 2002. aastal valdkonnapädevusena kui suutlikkus opereerida mis tahes objektidega sel viisil, et vaadeldakse nende vahelisi suhteid ja nende mudeleid formaliseeritult (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002). See definitsioon oli oluliselt kitsam tollal rahvusvaheliselt kasutusel olnud definitsioonidest, kuid seda on hiljem laiendatud ning nii on kehtivas õppekavas matemaatika-pädevus defineeritud üldpädevusena nii nagu rahvusvahelistes käsitustes. Samas on Eesti haridusteadlaste uurimustes pikka aega hinnatud matemaatika-pädevuse asemel pigem matemaatikaalaseid teadmisi (vt Kikas, 2010; Jõgi *et al.*, 2014) ja oskusi (vt Männamaa *et al.*, 2012; Mägi *et al.*, 2016) või ka spetsiifiliselt defineerimata õpilaste tulemusi matemaatikas (nt Kikas *et al.*, 2009). Seega on uuringud pigem keskendunud ainesisule kui üldpädevusele. Üks esimesi põhjalikumaid matemaatika-pädevuse käsitusi Eesti haridusalases teaduskirjanduses ilmus 2015. aastal (vt Palu & Kikas, 2015). Aasta hiljem seadis pikaajaline matemaatikadidaktika õppejõud Madis Lepik kahtluse alla, kas matemaatika õpetamine Eestis toetab piisavalt riiklikus õppekavas sätestatud matemaatika-pädevuse kujunemist (Lepik, 2016). Matemaatika-pädevuse süsteemsemale hindamisele on aga keskendutud alles viimastel aastatel (vt nt Toomela *et al.*, 2020). Seega võib öelda, et hoolimata matemaatika-pädevuse defineerimisest riiklikes õppekavades esmalt

valdkonna- ja hiljem ka üldpädevusena, on selle hindamine Eestis olnud pikka aega keskendunud pigem matemaatika ainesisule. Seetõttu on oluline välja selgitada, kuid võrd hinnatakse ainesisust lähtuvate ülesannete kaudu ka matemaatikapädevust kui üldpädevust.

### Matemaatikapädevuse hindamine

Matemaatikapädevuse kui üldpädevuse hindamiseks sobiva raamistiku välja valimiseks analüüsisime lähemalt rahvusvaheliste hindamisraamistike kooskõla Eesti põhikooli riiklikus õppekavas (Põhikooli riiklik õppekava, 2021) sõnastatud matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalase pädevuse definitsiooniga ning kaalusime nende sobivust olemasolevate e-tasemetööde ülesannete analüüsimiseks. Vaatluse alla võtsime esmalt laialt kasutatud rahvusvaheliste uuringute PISA (OECD, 2018) ja TIMSSi (2015) hindamisraamistikud.

PISA hindamisraamistikus on matemaatiline kirjaoskus defineeritud suuresti kattuvalt Eesti põhikooli riiklikus õppekavas sõnastatud definitsiooniga, kuid puuduvad täpsemad juhised, mille alusel kasutada seda raamistikku uute hindamisvahendite koostamiseks või hinnata olemasolevate vahendite sobivust matemaatikapädevuse hindamiseks. Testis esitatud ülesannetega hinnatakse omavahel seotult matemaatiliste protsesside ja sisu rakendamise oskust eri kontekstides. Matemaatiliste protsessidena eristatakse situatsioonide sõnastamist matemaatiliselt; matemaatiliste mõistete, faktide, protseduuride ja põhjendamise rakendamist; matemaatiliste tulemuste tõlgendamist, rakendamist ja hindamist. Iga protsessi kohta on esitatud pikem loetelu tegevustest, mida need võivad sisaldada. Situatsioonide matemaatilise formuleerimise korral on esitatud kümme, matemaatiliste mõistete ja muu eespool nimetatud rakendamise korral kaheksa ning tõlgendamise, rakendamise ja hindamise korral kuus erinevat tegevuste näidet. Samas ei tooda välja konkreetseid näidisülesandeid või täpsemaid juhiseid neid erinevaid aspekte hindavate ülesannete koostamiseks. Samuti ei ole võetud eesmärki eristada matemaatikapädevuse ainesisuliselt ning üld- ja valdkonnapädevuslike dimensioone. Seetõttu ei pruugi olla PISA hindamisraamistik parim alus juba olemasolevate e-tasemetööde hindamiseks.

TIMSS on PISA kõrval teine rahvusvaheliselt väga laialt kasutatav hindamisraamistik, milles keskendutakse nii matemaatika kui ka loodusteaduse tulemuste hindamisele (vt TIMSS, 2015). TIMSSi testi 2015. aasta matemaatika raamistik (Grønmo *et al.*, 2015) eristab sisuvaldkondi (nt numbrid, algebra, andmed ja nende esitamine) ja kognitiivseid valdkondi (teadmine, rakendamine, põhjendamine). Samas jäävad TIMSSi testi ülesanded, seejuures isegi

probleemsituatsioonid matemaatika konteksti ning ei sobi seetõttu hästi matemaatikapädevuse kui üldpädevuse hindamiseks. Näiteks kognitiivses valdkonnas „rakendamine“ tuleb õpilastel tuvastada probleemide lahendamiseks sobivaid operatsioone, strateegiaid ja vahendeid, esitada andmeid eri vormides, koostada valemeid, geomeetrilisi kujundeid ja probleemsituatsiooni mudeleid ning rakendada probleemide lahendamise strateegiates ja operatsioonides matemaatilisi mõisteid ja protseduure. Sarnaselt PISA hindamisraamistikuga ei ole TIMSSi raamistikus esitatud täpsemaid suuniseid või näidisülesandeid, mille abil raamistikule vastavaid ülesandeid koostada või juba olemasolevaid ülesandeid hinnata. Lisaks on TIMSSi hindamisraamistikus PISA raamistikuga võrreldes matemaatikapädevusel kui üldpädevusel vähem tähelepanu. Seetõttu pöördusime esmalt tagasi PISA raamistiku juurde.

PISA 2018. aasta hindamisraamistikus (OECD, 2018) on viidatud, et raamistikus välja toodud kaheksa hinnatavat võimet on sõnastatud Mogens Nissi ja tema Taani kolleegide mahuka töö põhjal. Nende töös nimetati neid võimeid pädevusteks. Seetõttu otsustasime järgmiseks süveneda Nissi meeskonna töösse, et hinnata nende sobivust matemaatikapädevuse kui üldpädevuse hindamise alusena. Tema meeskonna esimesed olulised matemaatikapädevusele keskenduvad tööd pärinevad juba aastatest 2002–2003 (Niss & Jensen, 2002; Niss, 2003), kuid neid on teised autorid edasi arendanud ning 2019. aastal võtsid Niss ja Højgaard (2019) pea kahe aastakümne töö kokku mahukas teoreetilis arutelus. Oma kokkuvõttes leiavad nad, et matemaatikapädevuse algne määratlus ei ole märkimisväärselt muutunud. Nad eristavad endiselt kaheksat alampädevust, mis kirjeldavad matemaatikapädevust: matemaatiline mõtlemine, probleemide käsitlemine, modelleerimine, põhjendamine, esitamine, sümbolite ja formalismi rakendamine, kommunikatsioon ning abi- ja töövahendid. Kõiki neid alampädevusi võib nende sõnul rakendada matemaatika eri valdkondades. Samas võib möönda, et osa nendest alampädevustest ei ole sõnastatud pädevusena või piisavalt täpselt matemaatikapädevuse hindamiseks sobivate ülesannete koostamiseks. Näiteks „kommunikatsioon“ on sõnastatud väga üldiselt ning täpsustada võiks matemaatiliste probleemide lahendamisel protsessi või tulemuste kirjalikult ja suuliselt esitamise pädevust. Nii nagu PISA ja TIMSSi hindamisraamistikud, ei keskendu ka Niss ja Højgaard oma arutelus matemaatikapädevusele kui üldpädevusele ega esita ka näidisülesandeid või suuniseid alampädevuste hindamiseks. Samuti ei ilmne Mogens Nissi tööst, et tema töörühm oleks püüdnud matemaatikapädevuse raames kirjeldatud kaheksat alampädevust empiirilisel eristada. Samas viitavad nad oma töös Johan Lithneri ja tema Rootsi kolleegide tööle, mis pakub välja matemaatiliste pädevuste uurimise raamistiku.

Lithner jt (2010) on välja töötanud matemaatikapädevuse uurimisraamistiku (Mathematical Competency Research Framework, lühend MCRF), milles on eristatud kuut alampädevust: probleemide lahendamise pädevus, arutluspädevus, protseduuriline pädevus, esitluspädevus, seoste loomise pädevus ja kommunikatsioonipädevus. Need kattuvad suurel määral varem esitatud matemaatikapädevuse dimensioonidega PISA ja TIMSSi hindamisraamistikus ning Nissi jt töödes, kuid keskenduvad pigem matemaatikapädevusele kui üldpädevusele. Näiteks vaadeldakse probleemide lahendamise pädevusena võimet lahendada matemaatiliste vahenditega matemaatikatunniväliseid ehk reaalelulisi ja teistes õppeainetes üles kerkivaid situatsioone ja probleeme. Lisaks kirjeldatakse MCRFis iga alampädevuse juures kolme tegevust, mis väljendavad selle avaldumist. Esiteks võib iga alampädevus avalduda tõlgendamisoskuses, teiseks kasutamisoskuses ja kolmandaks hinnangute andmise oskuses.

Need tegevused on hea alus alampädevuste hindamiseks sobivate ülesannete koostamisel või ka olemasolevate ülesannete hindamisel. Näiteks probleemide lahendamise alampädevuse puhul väljendab tõlgendamisoskust see, kui ülesandes oskavad õpilased leida situatsioonikirjeldusest info, mis on probleemi mõistmiseks oluline. Pädevuse kasutamisoskust näitab probleemide lahendamise alampädevuse juures see, kui osatakse välja pakkuda uudne lahenduskäik. Hinnangute andmise oskus väljendub näiteks lahenduskäikude võrdlemises eesmärgiga välja valida kõige tõhusam. Selline detailsusaste matemaatikapädevuse alampädevuste hindamisel võimaldab e-tasemetööde ülesannete hindamist matemaatikapädevuse kontekstis ja seetõttu otsustati siinses töös võtta aluseks just MCRFi. Varem on seda raamistikku kasutatud näiteks Rootsis matemaatikatundide analüüsiks, kus Boesen jt (2014) leidsid, et ligikaudu 79 protsenti koolitunni ajast tegeletakse protseduurilise pädevuse arendamisega ning kõige vähem aega saab probleemide lahendamise pädevuse arendamine (vaid ligikaudu 29% ülejäänud ajast). Samuti on seda uurimisraamistikku kasutatud riiklike matemaatika õppekavaga seotud dokumentide hindamisel (Bergqvist & Bergqvist, 2017) ja Rootsi õpilaste riiklike tasemetööde analüüsiks (Boesen *et al.*, 2018). Ka meie töö eesmärk oli tasemetööde analüüs ning MCRFiga lähemalt tutvudes leidsime, et analoogselt Rootsi näidetega sobiks see ka Eesti kontekstis, selleks et kirjeldada matemaatikapädevuse alampädevuste esindatuse määra Eestis läbi viidud e-tasemetöodes. Siiski tuleb mõnda, et MCRFi alampädevuste defineerimisel on püütud küll saavutada minimaalset omavahelist kattuvust (vt Boesen *et al.*, 2018), kuid empiirilistele andmetele tuginedes ei ole neid alampädevusi siiski eristatud. See võiks olla üks järgnevate uuringute eesmärke.

## Uurimisprobleem

Siinse uuringu eesmärk oli hinnata MCRFi alusel kohandatud matemaatika-pädevuse hindamise raamistikule tuginedes, kuivõrd hinnatakse ainesisust lähtuvate ülesannete kaudu Eestis viimastel aastatel korraldatud e-tasemetöödega matemaatikapädevust kui üldpädevust. Täpsemalt sõnastati kaks uurimisküsimust:

- 1) Mil määral võimaldavad Eestis korraldatud matemaatika e-tasemetööd hinnata matemaatikapädevuse alampädevustena defineeritud probleemide lahendamise pädevust, arutluspädevust, protseduurilist pädevust, esituspädevust, seoste loomise pädevust ja kommunikatsioonipädevust?
- 2) Mil määral võimaldavad Eestis korraldatud matemaatika e-tasemetööd hinnata matemaatikapädevuse alampädevuste avaldumist tõlgendamis-, kasutamise- ja hinnangute andmise oskuste kaudu?

## Metoodika

Uurimisküsimustele vastamiseks võeti analüüsiks kolme viimase aasta põhikooli II astme matemaatika e-tasemetööd. Eksamite Infosüsteemi veebilehel on avalikult kättesaadavad 2018. ja 2019. aasta matemaatika e-tasemetööd. Lisaks küsiti e-tasemetöid haldavalt Haridus- ja Noorteametilt ligipääs 2020. aasta e-tasemetööle, mis analüüsi tegemise ajal ei olnud veel avalik. Kõik need üleriigilised tasemetööd on korraldatud Eksamite Infosüsteemi e-keskkonnas <https://eis.ekk.edu.ee/>. Oluline on märkida, et ülesehituselt erineb 2020. aasta tasemetöö eelnevatest. Kui varasematel aastatel kasutati ka inimhinnatavaid ülesandeid, siis viimane on täielikult arvutihinnatav. See tähendab, et sellega ei ole võimalik hinnata näiteks matemaatikapädevuse avaldumist õpilase mahukamates mõttekäikudes. Seetõttu kohandati analüüsis aluseks võetud MCRFi arutluspädevuse ja kommunikatsioonipädevuse osas arvutihinnatavatele e-testidele paremini vastavaks (vt lisa A).

Siinses töös kasutatavas raamistikus loeti arutluspädevuse avaldumise hindamiseks erinevalt MCRFist sobivaks ka ülesanded, kus ei tulnud kirja panna arutluskäiku, aga õige valikvastuse märkimiseks oli siiski vajalik arutleda. Samuti loeti vastavat alampädevust hindavaks ülesanded, kus oli esitatud mitu arutluskäiku ja õpilasel tuli nende seast sobivaim välja valida. Seega vaadeldakse arutluspädevust kohandatud hindamisraamistikus veidi laiemalt kui MCRFis. Kommunikatsioonipädevust vaadeldakse samas mõnevõrra kitsamalt. MCRFis hinnati seda alampädevust muu hulgas ülesannetega, kus õpilane pidi kirjutama lühivastuse (nt arvutustehete tulemuse kirjutamine). E-tasemetöodes olid mõnevõrra sarnased ülesanded, kus tuli ette antud valikute hulgast sobivaim lühivastus välja valida. See ei eeldanud aga õpilase enda kommunikatsiooniks vajalike mõistete väljamõtlemist, vaid etteantu



kaalumist. Seetõttu otsustasime, et vastavaid ülesandeid ei kategoriseeri me kommunikatsioonipädevust hindavateks. Sarnaselt MCRFiga hinnati iga alam-pädevusega seondvalt, milliste oskuste kontekstis – tõlgendamisel, kasutamisel või hinnangute andmisel – seda tuli rakendada.

E-tasemetööde kõiki ülesanded kategoriseerisid esmalt artikli kaks autorit eraldiseisvalt. Seejärel võrreldi saadud tulemusi ning arutati läbi ülesanded, kus ülesande klassifitseerimise suhtes ühene otsus puudus. Arutelu tulemusel saavutati kõigi selliste juhtumite suhtes konsensus. Erinevusi oli küll igas tasemetöös, kuid üksikutes ülesannetes. Kahe hindaja kategooriatest kattus 93 protsenti juhtudest. Kõige enam ilmnis erinevusi probleemide lahendamise alampädevust, esituspädevust ja seoste loomise pädevust vajavate ülesannete määramisel. Leitud erinevused arutasid uurijad läbi ja üheskoos otsustati lõplik kategooria. Vajaduse korral tugineti koolis kasutatavatele matemaatika õppe-materjalidele, et hinnata näiteks seda, kas ülesandes lahendatav probleem on õpilaste jaoks uudne. Arutelu käigus ilmnis, et uurijad olid tuvastanud mõne ülesande jaoks erinevad lahenduskäigud ja sellest johtuvalt erines ka nende määratud kategooria. Lõplik kategooria määrati kõigi lahenduskäikude põhjal, mille olid mõlemad uurijad tuvastanud. Näide kahe ülesande kategoriseerimisest kuue alampädevuse ja kolme nendega seonduva tegevuse lõikes on esitatud lisas B.

## Tulemused

### Matemaatikapädevuse alampädevused Eesti e-tasemetöodes

Analüüsi tulemusel selgus, et Eestis aastatel 2018–2020 kasutatud riiklikes matemaatika e-tasemetöodes on ülesannete hulgas kõige rohkem selliseid, mis eeldasid protseduurilise pädevuse rakendamist (vt tabelit 1). Seda alam-pädevust eeldasid kõik kolme aasta jooksul e-tasemetöodes kasutatud 23 üles-annet. Kõige vähem oli töödes ülesandeid probleemide lahendamise pädevuse hindamiseks, mis oli ka ainus pädevus, mille hindamiseks ei olnud 2018. ja 2019. aasta e-tasemetöös ühtegi ülesannet. Analüüsist nähtus, et 2020. aasta töös oli eri alampädevuste hindamine paremini tasakaalus kui eelnevatel aastatel. Kui 2020. aastal hinnati kõiki alampädevusi vähemalt kahe ülesandega üheksast ülesandest, siis eelnevatel aastatel oli alampädevusi, mida oli vaja vaid ühes ülesandes. Tõsi, järelduste tegemisel peab arvestama, et eelnevatel aastatel oli e-tasemetöodes ka veidi vähem ülesandeid. Selline tulemus siiski üllatab, sest 2020. aasta töö oli erinevalt eelnevatest täielikult arvutihinnatav ja oleks võinud eeldada, et see seab enam piiranguid näiteks arutluspädevuse või kommunikatsioonipädevuse hindamiseks, kuid see ei avaldunud alampädevusi hindavate ülesannete arvus.

**Tabel 1.** Eestis aastatel 2018–2020 läbi viidud riiklikes matemaatika e-tasemetöös kasutatud ülesannete jaotumine nende lahendamisel vajalike alampädevuste kaupa

Hinnatav alampädevus	Alampädevuste hindamist võimaldavate ülesannete arv e-tasemetöös			
	2018 (8)*	2019 (6)	2020 (9)	Kokku (23)
Probleemide lahendamise pädevus	0	0	4	4
Arutluspädevus	1	1	2	4
Protseduuriline pädevus	8	6	9	23
Esituspädevus	2	1	3	6
Seoste loomise pädevus	1	1	3	5
Kommunikatsioonipädevus	2	1	5	8

\* Sulgudes on esitatud ülesannete koguarv e-tasemetöös.

Teistest alampädevustest tõuseb protseduurilise pädevuse kõrval mõnevõrra suurema sagedusega esile ka kommunikatsioonipädevus, mida on vaja 2020. aastal tehtud matemaatika e-tasemetöös veidi enam kui pooltes ülesannetes. Seejuures peab siiski märkima, et arvutihinnatava e-tasemetöö spetsiifika eeldas õpilastelt kommunikatsioonipädevusega seonduvalt vaid tõlgendamist. Samas puudusid ülesanded, mis eeldaks kommunikatsioonipädevuse kasutamist või sellega seonduvalt hinnangute andmist. Ehk ülesanded olid siiski suhteliselt ühetüübilised ja matemaatikapädevuse hindamishahendeid edasi koostades oleks lisaks alampädevuste kasutamise suuremale tasakaalule ülesannetes vaja jälgida ka seda, et iga alampädevus oleks hinnatud kõigis tegevustes: tõlgendamisel, kasutamisel ja hinnangute andmisel.

Sarnaselt kommunikatsioonipädevusega oli e-tasemetöös tehniliste võimalustega mõnevõrra piiratud ka arutluspädevuse hindamine. 2020. aasta töös ei olnud õpilasel võimalust lisada oma lahendustele põhjendusi või seletusi. Arutluspädevust hindavateks ülesanneteks said kategoriseeritud ülesanded, kus õige vastuse valimine eeldas arutlust või korrektset arutlust sisaldava vastuse valimist. Esituspädevust eeldavate ülesannete vähene esindatus tulenes aga kasutatud ülesannete tüübist – õpilased pidid küll looma ülesannete lahendamiseks uusi esitusi, kuid seda sai teha tüüpülesannete näitel.

### **Matemaatikapädevuse alampädevuste avaldumine tõlgendamise, kasutamise ja hinnangute andmise oskuste kaudu**

Lisaks e-tasemetöös sisaldunud ülesannete kategoriseerimisele alampädevuste lõikes analüüsiti kõigi matemaatika e-tasemetöö ülesannete põhjal

ka seda, kas eri alampädevustega seoses on vaja tõlgendamist, kasutamist või hinnangute andmist. Kuna e-tasemetöodes oli ülesandeid suhteliselt vähe, leiti, et ülevaatlikum on anda ülevaade eri tegevuste vajalikkusest ülesannete lahendamisel alampädevusteüleselt. Ilmnes, et kõige sagedamini tuleb õpilastel ülesannete lahendamisel rakendada alampädevuste kasutusoskust (12 ülesandes), kuid väga sage on ka alampädevustest lähtuv tõlgendamine (10 ülesandes). Samas hinnangute andmist eeldavaid ülesandeid leiti kolme aasta e-tasemetöodes vaid üks.

## Arutelu

Siinse uuringu esimese uurimisküsimusega sooviti mõista, mil määral võimaldavad Eestis korraldatud matemaatika e-tasemetööd hinnata matemaatika-pädevuse erinevaid alampädevusi. Tulemused näitasid, et aastatel 2018–2020 korraldatud matemaatika e-tasemetööde ülesanded eeldavad alati matemaatikapädevuse ühe alampädevuse – protseduurilise pädevuse – rakendamist. Samas ülejäänud viit alampädevust on vaja rakendada vähem kui pooles ülesannetest ja kahel aastal kolmest ei olnud probleemide lahendamise pädevust vaja üldse rakendada. Seega ei võimalda ülesanded, mis on koostatud ainesisu teemadest lähtudes, matemaatikapädevuse alampädevusi tasakaalustatult hinnata. Protseduurilise pädevuse hindamiseks sobivate ülesanne osakaal on selgitatav tasemetööde kontseptuaalsete alustega. Näiteks 2020. aastal kasutatud e-hindamise kontseptsioonis on märgitud, et II kooliastmes hinnatakse erineva ainesisu kontekstis eraldi mõisteliste ja protseduuriliste teadmiste ning mõistete ja protseduuride rakendamise taset (Jukk *et al.*, 2020). Seega on kontseptsioonis protseduurilisele pädevusele eraldi viidatud ja teatav seos on ka kommunikatsioonipädevusega (mõistete kasutamisega), kuid välja toomata on jäänud probleemide lahendamise pädevus, arutluspädevus, esituspädevus ja seoste loomise pädevus. Tuginedes eelnevale, on meie uuringu esimene praktiline soovitus võtta e-hindamise kontseptsiooni arendamisel aluseks loetelu matemaatikapädevuse alampädevustest, et selle alusel koostataks varasemast suuremal hulgal eri alampädevuste hindamiseks sobivaid ülesandeid. Siinne uuring tugines küll ainult Eestis korraldatud e-tasemetööde analüüsile, kuid välja pakutud süsteemne lähenemine sobib ilmselt aluspõhimõtteks ka teistes riikides matemaatikapädevuse hindamise kontseptsioonide arendamiseks. See võiks toetada õpilaste matemaatikapädevuse tõusu ka rahvusvaheliste PISA (OECD, 2018) ja TIMSSi (2015) mõõtmistulemuste valguses, sest viimased keskenduvad pigem just matemaatikapädevusele kui üldpädevusele.

Eesti e-tasemetööde analüüsi põhjal tehtud järeldus võib olla rakendatav teisteski riikides. Näiteks kui siinses kontekstis osutus protseduurilise pädevuse hindamine ülemäära keskmes olevaks, siis sarnane situatsioon on ka Rootsis. Boeseni jt (2014) uuring näitas esmalt, et Rootsis pühendatakse koolitundides suurem osa ajast protseduuriliste pädevuste arendamisele. Mõned aastad hiljem analüüsisid nad Rootsi riiklikke tasemetöid ja leidsid, et sealgi on ülekaalus protseduurilistele pädevustele keskenduvad ülesanded (Boesen *et al.*, 2018). Tõsi, protseduurilise pädevuse kõrval hinnati seal väga sageli ka kommunikatsioonipädevust (79% eri kooliastmetele koostatud ülesannetest). Mõnevõrra vähem oli ülesandeid, millega hinnati seoste loomise pädevust (36% ülesannetest), probleemide lahendamise pädevust (34% ülesannetest) ja arutluspädevust (15% ülesannetest). Samas probleemide lahendamise pädevust ei olnud Eesti 2018. ja 2019. aasta matemaatika e-tasemetöös siinse uuringu tulemuste põhjal üldse vaja rakendada ning teisigi pädevusi oli vaja vaid ühes või kahes ülesandes vastavalt kuuest või kaheksast tasemetöös kasutatud ülesandest. Üks võimalik selgitus, miks Eesti tasemetööd katavad võrreldes Rootsi tasemetöödega vähem alampädevusi, on see, et Eestis kasutasime analüüsiks e-tasemetöid, aga Rootsis tehti tasemetööd paberil. See võib viidata, et e-tasemetöös võib olla tavapärasest suurem väljakutse eri alampädevuste hindamiseks sobivate ülesannete koostamine. Võiks arvata, et eriti keeruline on koostada eri alampädevustega seotud arvutihinnatavaid ülesandeid ja suurem paindlikkus võiks olla inimhinnatavate ülesannete kasutamisel, sest inimesed saavad paindlikumalt hinnata näiteks arutluspädevuse, esituspädevuse ja kommunikatsioonipädevuse avaldumist. Seda oletust aga Eesti e-tasemetööde analüüs ei kinnitanud – just 2020. aastal läbi viidud täielikult arvutihinnatavas tasemetöös olid erinevad matemaatikapädevuse alampädevused suuremas mahus esindatud kui osaliselt inimhinnatavates 2018. ja 2019. aasta matemaatika e-tasemetöodes. Seega pole siinse uuringu põhjal alust arvata, et matemaatikapädevuse alampädevuste hindamise võimalikkus sõltub väga oluliselt sellest, kas tegu on e-tasemetööga või paberil tööga ning kas elektroonilises keskkonnas kasutatakse arvutihinnatavaid või inimhinnatavaid ülesandeid. Samas vajab see küsimus laiemalt kasutatavate üldistuste tegemiseks suurema valimiga mitme riigi uuringuid. Arvutipõhiste ja paberil testide võrdlusest on metaanalüüsi teinud Wang jt (2007) ning nad on sarnaselt siinse uuringuga leidnud, et matemaatikatesti tüübil ei ole tulemusele olulist efekti. Siiski, viidatud metaanalüüsi puhul ei ole päris selge, kas kõigis analüüsi võetud uuringutes kasutati arvuti- ja pabertestides täpselt samu ülesandeid.

Siinse uuringu teise uurimisküsimusega selgitati, mil määral võivad Eestis läbi viidud matemaatika e-tasemetööd hinnata alampädevuste avaldumist tõlgendamise, kasutamise ja hinnangute andmise oskuse kaudu. Needki

olid defineerinud uuringu analüüsiraami aluseks võetud MCRFi hindamisraamistikus (Lithner *et al.*, 2010). Neile dimensioonidele vastavate ülesannete koostamisele ei suunanud matemaatika e-hindamise kontseptsioonid üldse (vt 6. klassi matemaatika..., 2015; Jukk *et al.*, 2020). Nii on ka arusaadav, et siinses uuringu analüüs näitas, et kolmel aastal kasutatud 23 matemaatika e-tasemetööde ülesandest keskendus hinnangute andmisele vaid üks. Teised dimensioonid olid kaetud suhteliselt võrdselt. Seega võib öelda, et kolmest MCRFi hindamisraamistikus esile toodud oskusest on Eestis korraldatud e-tasemetööd võimaldanud hinnata vaid kaht. See tulemus näitab taas, et süsteemsest lähenemisest matemaatikapädevuse hindamiseks ülesannete koostamisel võiks olla abi matemaatikapädevuse kui üldpädevuse eri dimensioonide tasakaalustatud hindamisel. Rahvusvahelises kontekstis näitab see analüüs MCRFi hindamisraamistiku (Lithner *et al.*, 2010) head rakendamise võimalust matemaatikaülesannete analüüsil, et kirjeldada nende sobivust matemaatikapädevuse kui üldpädevuse hindamiseks. Norras on sarnast raamistikku rakendatud ka eksamiülesannete keerukuse analüüsis, et valida välja teemasid, millele õppetöös rohkem tähelepanu pöörata (vt Pettersen & Braeken, 2017). Seega võib süsteemsel lähenemisel testide ja eksamite koostamisele olla erinevaid rakenduslikke väärtusi.

Siinse uuringu tulemuste tõlgendamisel tuleb arvestada, et e-tasemetööde ülesannete kategoriseerimisel võtsime analüüsi aluseks ülesanded tervikuna. Enamasti koosnesid need aga mitmest alamülesandest või küsimusest, mis võisid keskenduda spetsiifilisemalt ühe või teise matemaatikapädevuse alampädevuse hindamisele tõlgendamisel, kasutamisel või hinnangute andmisel. Detailsem analüüs oleks võimaldanud saada veelgi täpsema ülevaate eri dimensioonide avaldumisest ülesannetes. Edasistes uuringutes oleks kindlasti mõistlik sellele keskenduda, sest kui on võimalik eristada küsimusi, mis keskenduvad selgelt pigem ühele dimensioonile kui mitmele korraga, siis on võimalik hinnata ka matemaatikapädevuse dimensioonide empiirilise eristamise võimalikkust ja seejärel hinnata süsteemsemalt alampädevuste arengut. See võimaldaks ühtlasi paremini personaliseerida õpet, pakkudes igale õpilasele individuaalset tagasisidet ja soovitusi rõhuasetuste seadmiseks edasisel õppimisel nii ükski kui ka koos teiste õpilastega. Siinses uuringus kasutasime MCRFi uurimisraamistiku põhjal e-tasemetööde ülesannete hindamiseks välja töötatud analüüsiraamistikku olemasolevate ülesannete analüüsil, kuid see võiks sobida ka uute matemaatikaülesannete koostamiseks ja koolides õppetegevuste kavandamiseks. Seega võib tehtud uuringu väärtuseks pidada e-tasemetööde analüüsi kõrval ka matemaatikapädevuse kui üldpädevuse arendamiseks sobiva raamistiku kohandamist Eesti e-tasemetööde hindamise konteksti sobivaks. Rootsi kolleegidele tuginedes (vt Boesen *et al.*, 2018)

võib sama raamistikku kasutada edukalt erinevates kooliastmetes põhikooli I astmest gümnaasiumini. Sama raamistiku aluseks võtmisel on võimalik jälgida ka läbi kooliastmete toimuvaid muutusi ja sellele tuginedes kavandada õppekavaarendust ja õppekava rakendamist toetavaid tegevusi.

## Tänuõnad

Artikkel on valminud projekti DIGIVARA5 „DigiEfekt: Digitaalse õppevara kasutamise mõju õppimisele ja õpetamisele Eesti põhihariduse näitel (01.05.2020–30.04.2023)“ toetusel.

Täname professor Äli Leijenit, kelle suunamisel ja julgustamisel siinse artikli kirjutamiseni jõuti.

## Kasutatud kirjandus

6. klassi matemaatika e-tasemetöö eristuskiiri. Külastatud aadressil [https://e-koolikott.ee/rest/uploadedFile/1187/eTT\\_6kl\\_matemaatika\\_eristuskiiri\\_2018.pdf](https://e-koolikott.ee/rest/uploadedFile/1187/eTT_6kl_matemaatika_eristuskiiri_2018.pdf).
- Ainevaldkond „Matemaatika“. Põhikooli riiklik õppekava. Lisa 3 (2014). *Riigi Teataja 2011, 1*. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/aktiiv/1290/8201/4018/141m%20lisa3.pdf>.
- Bergqvist, E., & Bergqvist, T. (2017). The role of the formal written curriculum in standards-based reform. *Journal of Curriculum Studies, 49*(2), 149–168. <https://doi.org/10.1080/00220272.2016.1202323>
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior, 33*, 72–87. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2013.10.001>
- Boesen, J., Lithner, J., & Palm, T. (2018). Assessing mathematical competencies: Analysis of Swedish national mathematics tests. *Scandinavian Journal of Educational Research, 62*(1), 109–124. <https://doi.org/10.1080/00313831.2016.1212256>
- Devlin, K. (2021). Teaching mathematics as a way of thinking – not calculating. *Eesti Haridusteaduste Ajakiri. Estonian Journal of Education, 9*(1), 33–59. <https://doi.org/10.12697/eha.2021.9.1.02b>
- Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A., & Mullis, I. V. S. (2015) TIMSS 2015 Mathematics Framework. Külastatud aadressil [https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15\\_FW\\_Chap1.pdf](https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/downloads/T15_FW_Chap1.pdf).
- Jukk, H., Mikkor, K., Pihlap, S., & Täht, K. (2020). Matemaatika õpitulemuste välis-hindamine e-testiga 1. ja 2. kooliastmes. Külastatud aadressil [https://innovesa.sharepoint.com/sites/SA\\_Innove\\_testide\\_keskus/](https://innovesa.sharepoint.com/sites/SA_Innove_testide_keskus/).
- Jõgi, A. L., Aus, K., & Kikas, E. (2014). Esimese klassi õpilaste matemaatikateadmiste arengu seosed klassiõpetajate võimekususkumuste ja tulemusootuste profiiliga. *Eesti Haridusteaduste Ajakiri. Estonian Journal of Education, 2*(1), 50–66. <https://doi.org/10.12697/eha.2014.2.1.03>

- Kikas, E., Peets, K., Palu, A., & Afanasjev, J. (2009). The role of individual and contextual factors in the development of maths skills. *Educational psychology*, 29(5), 541–560. <https://doi.org/10.1080/01443410903118499>
- Kikas, E. (Toim). (2010). *Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes*. Tartu: Ecoprint.
- Lepik, M. (2016). Matemaatika õpetamine – mitte ainult ülesannete lahendamine. Tallinna Ülikool. Külastatud aadressil [https://oppekava.ee/wp-content/uploads/2016/09/Matemaatika6pe\\_madis\\_lepik.pdf](https://oppekava.ee/wp-content/uploads/2016/09/Matemaatika6pe_madis_lepik.pdf).
- Lithner, J., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2010). Mathematical competencies: A research framework. *The seventh mathematics education research seminar, Stockholm, January 26–27, 2010* (pp. 157–167). Svensk förening för matematikdidaktisk forskning, SMDF.
- Mägi, K., Männamaa, M., & Kikas, E. (2016). Profiles of self-regulation in elementary grades: Relations to math and reading skills. *Learning and Individual Differences*, 51, 37–48. <https://doi.org/10.1016/j.lindif.2016.08.028>
- Männamaa, M., Kikas, E., Peets, K., & Palu, A. (2012). Cognitive correlates of math skills in third-grade students. *Educational Psychology*, 32(1), 21–44. <https://doi.org/10.1080/01443410.2011.621713>
- NCTM (2000). *Executive Summary. Principles and Standards for School Mathematics*. Külastatud aadressil [https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards\\_and\\_Positions/PSSM\\_ExecutiveSummary.pdf](https://www.nctm.org/uploadedFiles/Standards_and_Positions/PSSM_ExecutiveSummary.pdf).
- Niss, M. (2003). *Mathematical competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM project*.
- Niss, M., & Højgaard, T. (2019). Mathematical competencies revisited. *Educational Studies in Mathematics*, 102(1), 9–28. <https://doi.org/10.1007/s10649-019-09903-9>
- Niss, M., & Jensen, T. H. (eds.). (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie*, 18, 1–334, Undervisningsministeriet (Ministry of Education).
- OECD (2000). *Measuring Student Knowledge and Skill. The PISA 2000 assessment of reading, mathematical and scientific literacy*. Külastatud aadressil <http://www.oecd.org/education/school/programme-for-international-student-assessment-pisa/33692793.pdf>. <https://doi.org/10.1787/9789264181564-en>
- OECD (2018). *Assessment and analytical framework*. Külastatud aadressil <http://www.oecd.org/education/pisa-2018-assessment-and-analytical-framework-b25efab8-en.htm>. <https://doi.org/10.1787/9789264305274-en>
- Palu, A., & Kikas, E. (2015). Matemaatika pädevus. E. Kikas, & A. Toomela (toim), *Õppimine ja õpetamine kolmandas kooliastmes. Üldpädevused ja nende arendamine* (lk 242–252). Tallinn: Eesti Ülikoolide Kirjastus OÜ.
- Pedaste, M., Palts, T., Kraav, T., & Orav-Puurand, K. (2021). Komplekssete probleemide lahendamise oskus ning selle hindamine ja arendamine gümnaasiumis. *Eesti Haridusteaduste Ajakiri*, 9(1), 138–161. <https://doi.org/10.12697/eha.2021.9.1.06>
- Pedaste, M., Palts, T., Kraav, T., Orav-Puurand, K., Kori, K., Sõrmus, M., & Kivisoo, K. (2020). Matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalane pädevus. Teoses M. Pedaste (toim), *Üldpädevused gümnaasiumis* (lk 159–199). Tartu, Tartu Ülikool.

- Pettersen, A., & Braeken, J. (2017). Mathematical competency demands of assessment items: A search for empirical evidence. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17, 405–425. <https://doi.org/10.1007/s10763-017-9870-y>
- Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava (2002). *Riigi Teataja I 2002*, 20, 116. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/12888846>.
- Põhikooli riiklik õppekava (2021). *Riigi Teataja I 2021*, 10. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/akt/123042021010>.
- TIMSS (2015). *Assessment frameworks*. Külastatud aadressil <https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html>.
- Toomela, A., Mädamürk, K., Soodla, P., & Härma, E. (toim) (2020). *Arvutipõhised hindamisvahendid lugemis- ja matemaatikapädevuse hindamiseks põhikooli I ja II kooliastmes. Juhendid testide läbiviimiseks ja tulemuste interpreteerimiseks*. Külastatud aadressil [https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2020/05/Juhend\\_o%CC%83petajatele\\_kujundatud.pdf](https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2020/05/Juhend_o%CC%83petajatele_kujundatud.pdf).
- Wang, S., Jiao, H., Young, M. J., Brooks, T., & Olson, J. (2007). A meta-analysis of testing mode effects in grade K-12 mathematics tests. *Educational and Psychological Measurement*, 67(2), 219–238. <https://doi.org/10.1177/0013164406288166>



## Lisa A

### Uuringus kasutatud matemaatikapädevuse hindamisraamistik

E-tasemetööde iga ülesande kategoriseerimisel läbitakse kaks etappi:

- 1) Hinnatakse, milliseid MCRFi raamistikus defineeritud alampädevusi on vaja ülesande tulemuslikuks lahendamiseks. Ühe ülesande lahendamiseks võib olla vaja rakendada mitut alampädevust.
- 2) Hinnatakse iga ülesande iga alampädevuse juures, milliste tegevustega see seostub. Eristatakse kolme tegevust: tõlgendamine, kasutamine ja hindamine.

Järgnevalt on avatud, kuidas erinevate tegevuste avaldumist kuue alampädevuse kontekstis hinnatakse. Alampädevust hindavaks kategoriseeritakse ülesanne siis, kui selle lahendamine eeldab vähemalt üht neist.

#### Probleemide lahendamise pädevus

I. Tõlgendamine – kui ülesande lahenduskäik ei ole õpilasele teada, siis pole võimalik seda lahendada ilma ülesannet mõistmata ja tõlgendamata. Seega klassifitseeritakse kõik ülesanded kategooriasse I, kui ülesanne juba mõõdab kategooriat II. Seega määratakse kõigepealt kategooria II esinemine ja antakse kategooriale I sama väärtus.

II. Kasutamine – lahenduskäik ei tohi olla õpilasele varasemast tuttav, nt esitatud õpikus. Kui lahenduskäik on õpilasele tuttav, siis ei toeta ülesanne kategooria II oskust. Kuna üks ja sama ülesanne võib olenevalt õpilasest olla mõnele tuttav ja teisele mitte, siis võetakse aluseks õpikutes olevad ülesanded, et hinnata, milliste ülesannetega on õpilased kokku puutunud.

III. Hinnangu andmine – selle tegevuse all mõeldakse ülesande tekstina antud lahenduskäikude hindamist või võrdlemist. Probleemilahenduse ja ka üldisemalt matemaatiliste ülesannete lahendamise juures tuleb alati kasuks enda lahenduskäigu hindamine, kuid see hindamise olemasolu määramisel arvesse ei lähe. Hindamine peab olema ülesande või hindamiskeemi osa.

#### Arutluspädevus

I. Tõlgendamine – ülesande tekstis on selgelt öeldud, et ülesanne eeldab tõlgenduse esitamist. Siin on võimalikud kolm erinevat juhtumit: 1) pole arutlust, mida tõlgendada; 2) lahenduskäik, milles pole selgesõnaliselt toodud järeldusi ja põhjendusi (näiteks tavaparaste sammude alusel lahendatud lineaarvõrrandi lahenduse tõlgendamine; 3) lahenduskäik, milles on esitatud ka järeldused ning põhjendused (nt küsitakse põhjendusi, miks mingid sammud võimaldavad jõuda lineaarvõrrandi lahenduseni), kasutades sümboleid või põhjendamisele viitavaid fraase (nt „sellest järeldub“, „siis saame...“).

II. Kasutamine – ülesande lahendamine eeldab põhjendavat arutluskäiku (nt on öeldud „Põhjenda oma lahendust“ või „Tõesta, et...“). Ka siin on võimalikud kolm erinevat juhtumit: 1) oodatakse arutluse asemel ainult lühivastust; 2) oodatakse sammsammulist lahendust vahepealse selgitava tekstiga; 3) oodatakse lahendust koos selgitustega, miks niimoodi toimides jõuab lahenduseni.

III. Hinnangu andmine – ülesanne eeldab selgelt põhjendamist ja põhjenduse hindamist (nt õpilane täiendab oma lahenduskäiku nii, et valib arutlusega seotud ette antud põhjendustest kõige sobivama. Kolm võimalikku juhtumit on järgmised: 1) pole arutlust, millele hinnangut anda; 2) on vaja hinnata sellise ülesande lahendust, millel puuduvad selgitused ja põhjendused lahenduskäigus; 3) on vaja hinnata lahendust, kus on välja toodud ka selgitused ja põhjendused.

### **Protseduuriline pädevus**

Protseduuridena käsitletakse õpilaste tegevust, kus lahendatakse etteantud ülesanne kindlate tuntud sammudega (või algoritmi abil). Tuntuks loetakse õpikutes esitatud protseduure, mida ei ole õpitud varem kui viimase kolme aasta jooksul.

I. Tõlgendamine – ainult ülesandes kirjeldatud protseduuride tõlgendamine, arvesse ei lähe enda lahenduskäigu tõlgendamine.

II. Kasutamine – tähendab kontrollimist, kas ülesande lahendamiseks peab kasutama mingit kindlat protseduuri.

III. Hinnangu andmine – ülesandes on oodatud, et vastaja peab enda kasutatud või ülesandes esitatud protseduuridele hinnangu andma.

### **Esituspädevus**

Pädevuse hindamisel ei vaadelda neid algoritmilisi lahendusi ja esitusi, mida on õpitud kolm või rohkem aastat tagasi.

I. Tõlgendamine – tuleb leida keskne esitusformaad mingis ülesandes või hinnata, kas ülesande lahendamiseks on vaja välja selgitada esituses mõne osa tähendus, mis ei ole ülesandes antud.

II. Kasutamine – kontrollitakse oskust luua uusi esitusi, mis esialgses ülesandes ei ole antud.

III. Hinnangu andmine – tuleb hinnata ülesande lahendamiseks koostatud esitust.

### **Seoste loomise pädevus**

Pädevuse hindamisel ei vaadelda algoritmiliselt lahenduvaid ülesandeid ja neid seoste loomise oskusi, mida on õpitud kolm või rohkem aastat tagasi.

I. Tõlgendamine – ülesandes mõõdetakse oskust luua seos kahe matemaatilise esituse vahel, näiteks tõlgendada mõnda ülesande osade vahelist seost, mis pole esialgses ülesandes selgitatud.

II. Kasutamine – ülesandes on vaja kasutada mõnda ülesande osade vahelist seost, mis pole esialgses ülesandes selgitatud.

III. Hinnangu andmine – ülesandes on vaja hinnata seoste loomist või anda sellele hinnangut.

### **Kommunikatsioonipädevus**

I. Tõlgendamine – kui mõne teise alampädevuse juures on märgitud 'Tõlgendamine' ühe tegevusena, siis märgitakse olemasolevaks ka kommunikatsioonipädevus tõlgendamistegevuses.

II. Kasutamine – vaadeldakse kolme võimaliku juhtumi esinemist: 1) kommunikatsiooni ei testita, oodatakse ainult lühivastust; 2) ülesanne hindab lihtsat kommunikatsiooni, kus õpilane kirjutab välja oma lahenduskäigu sammudena, aga ei too selgitusi; 3) pädevust rakendatakse millegi põhjendamise või selgitamise või hindamisjuhistest lähtuvalt hinnatakse selgituse põhjalikkust.

III. Hinnangu andmine – ülesandes on vaja hinnata / hinnangut anda kommunikatsioonipädevuse kasutamise kohta.

## LISA B

## Kaks matemaatika e-tasemetöodes kasutatud ülesannet ja kategoriseerimine siinses uuringus kasutatud hindamisraamistiku alusel

### I. Pilt 2018. aasta e-tasemetöö ülesandest (allikas <http://eis.ekk.edu.ee/>), mis eeldab ülesande lahendamisel protseduurilist pädevust

Alljärgnevas tabelis on toodud maasikatordi retsept. Loe teksti ja lahenda ülesanne.

Põhi	Kreem	Kaunistus
8 muna	pool klaasi jogurtit	200 ml 35% vahukoort
7 spl suhkrut	400 g kohupiimapastat	4 spl suhkrut
9 spl jahu	2 klaasi marjapüreed	2,5 klaasi värskaid maasikaid



Koosta retsept poole väiksema tordi jaoks.

Täida lüngad sobivate kogustega.

Põhi	Kreem	Kaunistus
<input type="text"/> tk muna	<input type="text"/> klaasi jogurtit	<input type="text"/> ml 35% vahukoort
<input type="text"/> spl suhkrut	<input type="text"/> g kohupiimapastat	<input type="text"/> spl suhkrut
<input type="text"/> spl jahu	<input type="text"/> klaasi marjapüreed	<input type="text"/> klaasi värskaid maasikaid

Salvesta ja kinnita

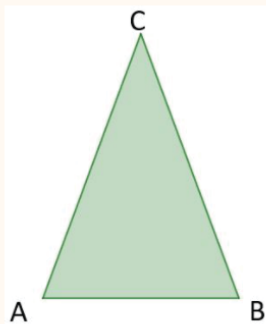
## II. Pilt 2019. aasta e-tasemetöö ülesandest (allikas <http://eis.ekk.edu.ee/>), mis eeldab ülesande lahendamisel arutlusoskust, protseduurilist pädevust ja esitusoskust

Loe läbi tekst, uuri joonist ja lahenda ülesanne.

Antud kolmnurga kohta on teada, et selle kaks nurka on võrdsed ja kolmanda nurga suurus on  $42^\circ$ .  
Veel on teada, et mõlema võrdse külje pikkus on 7,5 cm. Selle kolmnurga ümbermõõt on 20,4 cm.

1. Arvuta.

Kiõpsa lüngal ja kirjuta sobiv vastus.



$AB =$   cm

$\angle ABC =$    $^\circ$

$\angle BAC =$    $^\circ$

Kolmnurk ABC on  kolmnurk.

2. Joonesta antud kolmnurga haarale CB kõrgus.

Kiõpsa hiireklahv alla kõrguse ühes otspunktis ja päästa vabaks selle teises otspunktis. Kui esimese korraga joonestamine ei õnnestu, vajuta nuppu „Tühista“ ja proovi uuesti.

3. Arvuta selle kolmnurga pindala, kui haarale joonestatud kõrgus on 50 mm.

Kiõpsa lüngal ja kirjuta sobiv vastus.

Kolmnurga pindala  $S =$    $\text{cm}^2 =$    $\text{mm}^2$

Salvesta ja kinnita

### III. Ülevaade esitatud ülesannete kategoriseerimisest alampädevuste ja tegevuste lõikes põhjendusega

Alam-pädevus	2018. aasta töö näidisülesande kategoriseerimise tulemus	2019. aasta töö näidisülesande kategoriseerimise tulemus
Probleemide lahendamise pädevus	<p>II puudub*: kuna sarnaseid ülesandeid on õpikus/töövihikus olemas, pole lahendusmeetod õpilase jaoks uudne.</p> <p>I puudub: kuna II pole testitud, pole I.</p> <p>III puudub: ei ole vaja ülesande tekstina antud lahenduskäigule hinnangut anda.</p>	<p>II puudub: kuna sarnaseid ülesandeid on õpikus/töövihikus olemas, pole lahendusmeetod õpilase jaoks uudne.</p> <p>I puudub: kuna II pole testitud, pole ka I.</p> <p>III puudub: ei ole vaja ülesande tekstina antud lahenduskäigule hinnangut anda.</p>
Arutlus-pädevus	<p>I puudub: ülesande tekstis ei ole arutlust, mida tõlgendada.</p> <p>II puudub: ülesandes pole öeldud, et oleks vaja esitada oma arutlust ning vastuseks piisab arvutusest.</p> <p>III puudub: ülesanne ei nõua, et peaks hinnangut andma mõnele arutluskäigule.</p>	<p>I puudub: ülesande tekstis ei ole arutlust, mida tõlgendada.</p> <p>II olemas: peab arutlema, valima kolmnurga liiki ja otsustama, kas nurkade või külgede järgi saab kolmnurka liigitada.</p> <p>III puudub: ülesanne ei nõua, et peaks hinnangut andma mõnele arutluskäigule.</p>
Protse-duuriline pädevus	<p>I puudub: ülesandes pole nimetatud ühtegi protseduuri, mida peaks tõlgendama.</p> <p>II olemas: lahendamiseks peab õpilane protseduuriliselt poole väiksema koguse leidma.</p> <p>III puudub: ülesandes ei ole vaja anda hinnangut enda või kellegi teise protseduurilisele lahendusele.</p>	<p>I puudub: ülesandes pole nimetatud ühtegi protseduuri, mida peaks tõlgendama.</p> <p>II olemas: ülesande lahendamiseks peab leidma joonisel juurde veel nurkade suuruseid ja külgi, mida saab teha protseduuriliselt.</p> <p>III puudub: ülesandes ei ole vaja anda hinnangut enda või kellegi teise protseduurilisele lahendusele.</p>
Esitus-pädevus	<p>II puudub: ülesandes peab vastuse lühivastusena esitama tabelisse, ühikud on juba ette antud.</p> <p>I ja III puuduvad: ülesandes ei ole vaja erinevaid esitusviise tõlgendada ega neile hinnangut anda.</p>	<p>II olemas: joonist peab täiendama kõrgusega.</p> <p>I puudub: joonisel ei ole vaja välja selgitada mõne esituse tähendust, mida ei saaks protseduuriliselt leida.</p> <p>III puudub: ülesandes pole vaja anda hinnangut esituste kohta.</p>

Alampädevus	2018. aasta töö näidisülesande kategoriseerimise tulemus	2019. aasta töö näidisülesande kategoriseerimise tulemus
Seoste loomise pädevus	I puudub: ülesandes pole antud kahte esitust, mille vahel saaks seoste loomist mitteprotseduuriliselt teha.	I puudub: joonisel pole vaja luua seost kahe esituse vahel, mida poleks võimalik protseduuriliselt teha.
	II puudub: ülesande saab lahendada protseduuriliselt.	II puudub: saab lahendada selle protseduuriliselt, arvutades välja teised nurgad ja määrata sama pikad küljed, seega seoste loomise oskust ei testita.
	III puudub: ülesandes pole vaja anda hinnangut seostele.	III puudub: ülesandes pole vaja anda hinnangut seostele.
Kommunikatsioonipädevus	I puudub: eelnevatest alampädevustest pole ühelgi määratud tegevust I.	I puudub: eelnevatest alampädevustest ühelgi pole määratud tegevust I.
	II puudub: õpilaselt ei nõuta rohkemat kui lühivastuse andmist.	II puudub: ülesandes peab andma lühivastused.
	III puudub: pole vaja anda hinnangut sellele, kuidas mingi osa ülesandest on esitatud.	III puudub: pole vaja anda hinnangut sellele, kuidas mingi osa ülesandest on esitatud.

\* Kategooriad I, II ja III tähistavad alampädevuste avaldumist vastavalt tõlgendamisel, kasutamisel ja hinnangu andmisel.

# Assessment of mathematical competence using the Estonian national e-tests

Marje Johanson<sup>a1</sup>, Margus Pedaste<sup>a</sup>, Merlin Pastak<sup>b</sup>, Karin Täht<sup>c,d</sup>,  
Maarja Sõrmus<sup>a</sup>, Hannes Jukk<sup>c</sup>

<sup>a</sup> *Institute of Education, University of Tartu*

<sup>b</sup> *Institute of Computer Science, University of Tartu*

<sup>c</sup> *Institute of Mathematics and Statistics, University of Tartu*

<sup>d</sup> *Institute of Psychology, University of Tartu*

## Summary

Since 2000, in assessing the mathematics learning outcomes, in addition to the content topics of mathematics, more attention has been paid to mathematical competence as something more general (Boesen, Lithner, & Palm, 2018). Devlin (2021) points out that such changes are very welcome, because the mathematical skills required in everyday life and in the mathematicians' work have changed significantly. He believes that nowadays we need mathematical thinking rather than, for example, the ability to calculate quickly and correctly.

Mathematical competence has been defined in the national curriculum of Estonian basic schools since 2002 (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002), and in the current version of the curriculum, it is part of general competence in mathematics, science and technology (Põhikooli riiklik õppekava, 2021). Assessment of mathematical competence is also a goal in national e-tests of mathematics. At the same time, the structure of e-tests is based on the subject-specific content topics (calculation, data and algebra, geometry, measurement). A similar approach to compiling e-test has continued to this day (e.g. 6. klassi matemaatika..., 2015; Jukk, Mikkor, Pihlap, & Täht, 2020). The level of conceptual and procedural knowledge and the application of concepts and procedures are assessed in different subject-specific content areas. However, such an approach raises the question of the extent to which mathematical competence has been systematically assessed as a general competence. To the authors' knowledge, this has not been analysed before.

Mathematical competence has been defined in various international frameworks (NCTM, 2000; OECD, 2000; TIMSS, 2015), but it was decided to base our study on the Mathematical Competency Research Framework (MCRF)

---

<sup>1</sup> Institute of Education, University of Tartu, Salme 1a, Tartu, 50103 Estonia; marje.johanson@ut.ee



developed by Lithner, Bergqvist, Bergqvist, Boesen, Palk and Palmberg (2010) in Sweden, which distinguishes between six sub-competencies of mathematical competence: Problem-solving ability, Reasoning ability, Applying procedures ability, Representation ability, Connection ability, and Communication ability. They largely overlap with the dimensions of mathematical competence in the PISA and TIMSS assessment frameworks but focus more on mathematical competence as a general competence. In addition, the MCRF framework describes three activities for each sub-competence that express its manifestation: interpret, do and use, and judge.

Our study aimed to apply the mathematical competence assessment framework adapted based on the MCRF research framework, in analysing the tasks of the mathematics e-tests in Estonia. Two research questions were formulated:

- 1) To what extent do the mathematics e-tests conducted in Estonia allow the assessment of the Problem-solving ability, Reasoning ability, Applying procedures ability, Representation ability, Connection ability, and Communication ability that are defined as sub-competencies of the mathematical competence?
- 2) To what extent do the mathematics e-test conducted in Estonia allow the assessment of the application of sub-competencies of mathematical competence through interpretation, do and use, and judgement skills?

The study used the e-tests conducted in the years 2018–2020 in Estonia. Three mathematics e-tests included a total of 23 tasks. Two researchers categorised all the tasks according to the analytical framework and, if differences emerged, they discussed them until a consensus was reached.

The results of the analysis showed that in the national mathematics e-tests conducted in Estonian, most of the tasks required the Applying procedures ability. This sub-competence was required on all 23 tasks used in e-tests over the three years. There were the fewest tasks in the e-tests to assess the Problem-solving ability, which was also the only competence for the assessment of which there were no tasks in the 2018 and 2019 e-tests. The analysis showed that in the 2020 e-test, the assessment of different sub-competencies was better balanced than in previous years.

In addition, it turned out that students most often have to “do and use” something in case of applying different sub-competencies, but interpretations are also very often needed. At the same time, only one task requiring judgement was found throughout the three years of e-tests.

The results of the study are in line with the analysis carried out in Sweden, where most of the time in school hours is also devoted to the development of

the ability to apply different procedures (Boesen et al., 2014). An analysis of the Swedish national math tests (Boesen et al., 2018) has shown that in addition to Applying procedures ability, Communication ability (79% of the tasks designed for different school levels) has been assessed quite often, and Connection ability (36% of the tasks), Problem-solving ability (34%) and Reasoning ability (15% of tasks) have not been assessed so often. At the same time, based on the results of this study, it was not necessary to apply the Problem-solving ability in Estonian mathematics e-test in 2018 and 2019, and other competencies were needed in only one or two of the six or eight tasks used in the e-tests in 2018 and 2019, respectively. One possible explanation of why the Estonian tests cover fewer sub-competencies than the Swedish tests is that in Estonia, we used e-tests in our analysis, but in Sweden, the tests were conducted using paper and pencil. This may indicate that in e-tests, it may be more challenging than usual to develop appropriate tasks for assessing different sub-competencies. One might think that it is particularly challenging to compile computer-assessed tasks for different sub-competencies and that there could be more flexibility in using human-assessed tasks, as people have more flexibility in assessing the answers of, for example, Reasoning, Representation and Communication abilities. However, this assumption was not confirmed by the analysis of the Estonian e-test as in the case of the fully computer-assessed tests carried out in 2020, different sub-competencies of mathematical competence were represented to a greater extent than in the partially human-assessed mathematics e-tests conducted in 2018 and 2019.

However, since the general aim of mathematics e-tests in Estonia has been to assess not only subject-specific content topics as learning outcomes but also mathematical competence as a general competence (e.g. 6th-grade mathematics ..., 2015; Jukk et al., 2020), it can be questioned how well the objectives set have been achieved. Based on the data we collected, it appears that the assessment of mathematical competence as a general competence is generally not guaranteed when compiling tasks but is based on the subject-specific content topics. For a broader assessment of the latter, it may be reasonable to define in the mathematics e-assessment framework that in addition to the Applying procedures ability also Problem-solving ability, Reasoning ability, Representation ability, Connection ability, and Communication ability as defined in the MCRF research framework should be assessed in different content topics (Lithner et al., 2010). Such an approach could well support the development of mathematical competence as defined in the assessment frameworks of the PISA and TIMSS tests (see OECD, 2018; TIMSS, 2015), as they are closely linked to the MCRF framework, which opens up the same ideas more specifically. The MCRF assessment framework also pointed out

that all sub-competencies of mathematical competence can be expressed in interpreting, doing and using, and judgement skills. The analysis conducted in this study showed that of the 23 tasks in the math e-tests used in three years, only one focused on judgement. The other dimensions were relatively equally covered. This result again shows that a systematic approach to assessing mathematical competence in the design of tasks could be helpful in a balanced assessment of the different dimensions of mathematical competence as a general competence.

In future research, it would be wise to focus on the individual questions of the mathematics competency assessment tasks, which clearly focus on one dimension rather than several at a time. It would then be possible to assess the possibility of empirically distinguishing the dimensions of mathematical competence and then to assess the development of sub-competencies more systematically. It would also allow for better personalisation of learning, providing each student with individual feedback and suggestions for emphasising further learning, both alone and with other students. In this work, an assessment framework adapted by us based on the MCRF framework could also be suitable for developing new math problems and planning learning activities in schools. Based on the same framework, it is also possible to monitor changes taking place throughout school levels and, based on this, plan activities to support curriculum development and curriculum implementation.

*Keywords:* mathematical competence, general competence, e-tests, assessment