

Loogikavigade lubatavusest

Jüri Eintalu

Estonian Business School
Sisekaitseakadeemia

Loogikavigu on kahte liiki: (1) vastuolud; (2) kehtetud järeldused. Sooritada kehtetu järeldus on üldiselt väiksem viga kui väita vastuolu. On kaks erinevat printsiipi: (A) teadaolevalt väär väidet ei tohi esitada; (B) ei tohi esitada väidet, mille tõeväärtus pole teada. (A) keelab sooritada esimest liiki loogikavigu; (B) ka teist liiki loogikavigu. Printsiibi (B) lükkame me tagasi. Oletusi saab genereerida näiteks: (1) dedutseerides neid teadaolevalt vastuolulisest teooriast; (2) saades neid induktiivsete järelduste tulemeina. Ent ka printsiipi (A) tohib eirata. Võib esitada teadaolevalt vastuolulise teooria kui ligilähedaselt tõese ning seda kasutada — kui paremaid pole käepärast. Popper esitas tõesarnasuse teooria. Samuti nõudis ta vastuoluliste teadusteooriate elimineerimist. — Ent paremate teadusteooriate leiutamine võib ebaõnnestuda. Wittgensteini vaated tema *Märkmetes matemaatika alustest* on usutavamad. Implitsiitselt rakendas Wittgenstein mitteformaliseeritud tõesarnasuse mõistet vastuolulistele teooriatele, lubades selliseid teooriaid kasutada.

Märksõnad: vasturääkivus, tõelähedus

1. Visad müüdid loogikavigadest

Mõnes õpikus kirjutatakse, et loogikavigu ei tohi teha. Kirjutatakse koguni, et loogikavead põhjustavad sõdasid.¹ Siiski on neid, kes teavad, mis on *in-*

Autori aadress: Jüri Eintalu, Estonian Business School, Lauteri 3, 10114 Tallinn, Eesti. E-post: Jyri.Eintalu@ebs.ee.

Käesolev artikkel on lühiettekande (Eintalu 2007a) lahtikirjutus ja edasiarendus. Autor on tänu võlgu talle ettekande ajal ja pärast seda esitatud küsimuste eest, samuti anonüümse retsensendi kriitiliste märkuste eest.

An abstract in English is available at the end of the article.

¹ Analoogselt: füüsik Paul Kard näis uskuvat, et matemaatikavead põhjustavad füüsikalisi eksimusi (Kard 1981, 46). Tema vaadet olen analüüsinud nt (Eintalu 2001, 224–225). Siin soovin lisada, et tõese füüsikateooria puhul teatud tüüpi arvutusvead vaid võimaldavad füüsikalisi eksimusi.

duktsioon ehk induktiivne järeldus; samuti neid, kes teavad, mis on parakonsistentne loogika (viimasest vt nt Priest 1998, 2002). Deduktiivse loogika seisukohalt on induktsioon kehtetu järeldus — loogikaviga. Parakonsistentne loogika lubab aga *vastuolusid* ja seega samuti loogikavigu.²

Järgnevalt soovin aga rõhutada üht nüanssi, mis on — ehk vähemalt Eesti lugejale — vähem tuntud. Nimelt on kahte sorti loogikavigu: 1) vastuolud; 2) kehtetud järeldused.³ Sooritada kehtetu järeldus on väiksem patt kui väita vastuolu. Seejärel argumenteerin, et teatud kontekstides on ka vastuolud lubatud, kusjuures vastuolud ja kehtetud järeldused funktsioneerivad siin sarnaselt. Seejuures jõuan loomulikult moel Popperi ja Wittgensteini vaadete võrdlemisele.

Pean aga eelnevalt täpsustama, millises kontekstis olen ülal viidanud parakonsistentsele loogikale ning sellisele autorile nagu Graham Priest. Arusaamatusi võivad siin põhjustada kaks tõika. Esiteks, mõned parakonsistentse loogikud leiavad, et vasturääkivad teooriad võivad tegelikult tõesed olla. Nende vaadet nimetatakse “dialetheismiks”. Priest (vt 1987) on tuntud dialetheist. Mõned parakonsistentse loogikud aga leiavad, et vasturääkivad teooriad on küll väärad, ent siiski kasutatavad (vt nt Brown 2002). Teiseks, parakonsistentse loogikas on leiutatud mitmesuguseid formaalseid mudeleid, mille raames vasturääkivusi püütakse käsitleda.

Ent ma ei viidanud Priestile mitte sümpaatiast tema dialetheismi vastu, vaid lihtsalt sellepärast, et parakonsistentse loogika arendajaist on ta kuulsaim. Mõlemad tema viidatud tööd (1998, 2002) annavad ülevaate parakonsistentse loogika erinevatest harudest. Käesolevas kontekstis on oluline vaid, et nii dialetheistid kui ka mitte-dialetheistid lubavad kasutada vasturääkivaid teooriaid. Edasi: ma ei viidanud parakonsistentsele loogikale mitte sellepärast, et seal kasutatakse formaalseid mudeleid, vaid rõhutamaks, et seal mängitakse vastuoludega.⁴

Priest (2002, 651) tsiteerib Wittgensteini (1994, 122; Part I, Appendix III, §17): “Matemaatikute ebausklik õud ja austus vastuolu ees.” — Ent seegi tsitaat võib olla eksitav. Nimelt kasutab Priest vastuolude käsitlemisel formaalseid meetodeid; Wittgenstein aga leiab, et mõned (näivad) probleemid vastuoludega just liigsest formaliseerimisest alguse saidki (vt nt Wittgenstein

² Loogikud on vastuolusid kartnud muuhulgas ka sel põhjusel, et vastuolust $p \wedge \sim p$ saab formaalselt tuletada mis tahes väite q . Parakonsistentne loogika on üks katse sääras “plahvatusefekti” vältida.

³ Eesti raamatukogudes on ingliskeelseid õpikuid, mis käsitlevad nii deduktiivseid kui ka induktiivseid argumente — vt nt (Hurley 1991). Ent ma pole märganud, et neiski rõhutataks, et on kahte tüüpi loogikavigu. Hiljuti on aga ilmunud eestikeelne (Eintalu 2007b) (tellida saab SKA Kirjastuselt, lugeda saab SKA või EBSi raamatukogudes).

⁴ Samuti: viidates ülal induktsioonile, rõhutasin ma induktsiooni, mitte formaalset induktiivset loogikat.

1994, 217; Part III, §85).

2. Loogikavigade kaks tüüpi

Loogikareegleist peetakse tihti oluliseimaks *vastuoluseadust*. Vastuoluseaduse põhjal on kõik vastuolulised väited väärad. Näiteks kõik väited kujul ' p ja $\sim p$ ' (' p ' on siin suvaline väide) on väärad. Miski ei saa samas olla ja mitte olla.

Ülejäänud loogikareegleid nähakse seejuures rajatuna vastuoluseadusele. Sarnasel seisukohal oli näiteks Kant (1982, 21). Neist ülejäänud reegleist tunnevad loogikud tavaliselt enim huvi *järeldamise reeglite* vastu. Näiteks eeldusest ' p ja q ' järeldub kehtivalt tulem ' p ':

$$(1) p \wedge q \rightarrow p$$

Järelduses (1) ülal on eelduse $p \wedge q$ tõesuse korral tulemi p tõesus vältimatu. Kehtiva järelduse puhul pole võimalik tõestest eeldustest saada väärat tulemit. Järelduses (1) ülal on ka ilmutatult näha, et see rajaneb vastuoluseadusele. Kui me jaataksime eeldust $p \wedge q$ ning samas eitaksime tulemit p , siis me jaataksime ja eitaksime väidet p ühekorraga, mis oleks vastuolu:

$$(2) p \wedge \sim p$$

Niisiis on meil mängus põhiliselt *kahte sorti* loogikareegleid:

1. vastuoluseadus;
2. järeldamise reeglid.

Küsime nüüd: *Millisel viisil saab rikkuda loogikareegleid — teha loogikavigu?* Vastuoluseaduse rikkumiseks tuleb väita vastuolu — näiteks esitada väide kujul (2). Sellise seadusrikkumise karistuseks on esitatud väite väärus. Järeldamise reegleid saab aga rikkuda kahel erineval viisil:

1. Kehtiva järelduse puhul jaatades selle järelduse eeldusi ja eitades tema tulemit;
2. Sooritades mittekehtiva järelduse.

Nüüd aga näeme, et vaid esimesel viisil neist saab järeldamise reegleid rikkuda samas tähenduses nagu saab rikkuda vastuoluseadust: tegemist peab olema kehtiva järeldusega. — Pole ju näha, et mittekehtiv järeldus viiks vältimatult vastuolule. Näiteks pole näha, et mittekehtiv järeldus ' p või q , seega p ' viiks vastuolule:

$$(3) p \vee q \rightarrow p$$

Samuti pole näha, et järgnev induktiivne arutelu viiks vastuolule:

- (4) *Kõik seninähtud elevandid olid valged,
seega kõik elevandid on valged.*

Järeldustes (3) ja (4) ei annaks ka eelduste jaatamine ühes tulemi eitamisega vastuolu. Näiteks järelduse (3) puhul väide $(p \vee q) \wedge \sim p$ ei ole vastuolu.⁵

Ülalöeldule vastavalt ongi *kahte sorti* loogikavigu (Eintalu 2007b, 12–16):

1. vastuolu väitmine (nt: ' p ja $\sim p$ ');
2. kehtetu järelduse sooritamine (nt: ' p või q , seega p ', või induktsioon).

Esitades vastuolulise väite, esitan ma väära väite. *Vastuolu väärus on garanteeritud.* Esitades väite, mille kohta tean, et olen ta kehtivalt järeldanud tõestest eeldustest, esitan ma väite, mille tõesus on mulle teada. Selline väide ei saa olla väär. — Ent esitades väite, mille olen kehtetult järeldanud mulle teadaolevalt tõestest eeldustest, esitan ma väite, mille tõesust-väärust ma pelgalt eelduste põhjal ei tea. Kehtetu järelduse tulem võib olla juhuslikult tõene, aga ta võib olla ka juhuslikult väär.⁶ Üldiselt, kehtetu järeldus ei põhjusta väära tulemit — ta vaid *võimaldab* jõuda väärale tulemile. *Kehtetu järelduse tulemi tõesus pole garanteeritud.*⁷

Võib väljenduda ka nii: *Vastuolu põhjustab väärust; kehtetu järeldus võtab ära põhjuse tõesuseks.*

Ma usun, et kõik ülalöeldu oli teada juba esimese loogikasüsteemi rajajale Aristotelesele. Kui Aristoteles kõneleks kaasaegses keeles, siis ta nõustuks, et vastuolulised väited on väärad (*Metaphysics*, Book IV, 4, 1006b20):⁸

Ja sama asi ei saa korraga olla ja mitte olla, välja arvatud mitmemõttelisuse süül...

Aristoteles leiab, et vastuoluseaduse põhjal ei saa tõestest eeldustest dedutseerida väära tulemit (*Prior Analytics*, 53b10-15).⁹

⁵ Küll aga võiksime kehtetu järelduse puhul vastuoluni jõuda väites, et ta kehtib või et ta tõestab oma tulemi.

⁶ Hea ülevaate deduktsiooni ja induktsiooni säärastest erinevustest annab Hurley (1991, 41) esitatud Tabel 1.1.

⁷ Kui täpsemalt väljenduda, siis kehtetu järeldus ei anna tulemi tõesusele absoluutset garantiid — tulemi tõesus pole garanteeritud vastuoluseadusega. Kas tõesed eeldused saavad anda mingeid muid õigustusi kehtetu järelduse tulemile — see küsimus on tuntud induktsiooniprobleemina, mida me siin ei käsitle.

⁸ Kuulsatest loogikutest on Aristotelese vaateid vastuolule käsitletud näiteks Łukasiewicz (1971), kelle analüüs meid siin aga otseselt ei puuduta.

⁹ Deduktsiooni all peab ta siin silmas süllogismi.

On tuntud tõsiasi, et Aristotelese vaated induktsioonile pole järjekindlad.¹⁰ Ent ilmselt leiab Aristoteles, et tõeste eeldustega mittekehtiva järelduse — nagu näiteks järeldus analoogia põhjal — tulem võib, aga ei pruugi olla tõene (vt nt *Prior Analytics*, 70a30-35). Induktsiooni abil ei saa tulemi tõestust demonstreerida (*Posterior Analytics*, 91b15).

3. Kaks erinevat ratsionaalsuse kaanonit

Miks ei tohiks teha loogikavigu? — Ma leian, et loogikareeglid ei ole viimase astme ratsionaalsuse standardid. Neil on vaid instrumentaalne väärtus. Eeldades, et eesmärgiks on meid huvitavate tõeste väidete esitamine, peaksid ratsionaalsuse standardid seda eesmärki soodustama.¹¹ Nii saamegi küsida: *Millised ratsionaalsuse printsiibid keelavad meil tegemast loogikavigu?*

On aga ilmne, et:

Erinevat tüüpi loogikavigu keelavad erinevad printsiibid.

Samuti tundub, et need printsiibid peaksid olema epistemoloogilised.

Järgnevalt vaatleme kahte printsiipi, mis taotlevad tõeste väidete esitamist ja on meie kahte tüüpi loogikavigade keelamiseks sobivad (Eintalu 2007b, 13–14):

- A Me peame hoiduma esitamast väidet, mille väärus on meile eksimatult teada.
- B Me peame hoiduma esitamast väidet, mille tõesus pole meile eksimatult teada.

Printsiip A keelab esitamast väidet, mille väärus on tõestatud; printsiip B keelab esitamast väidet, mille tõesus ei ole tõestatud. A takistab vastuolude esitamist, B ka kehtetute järelduste tegemist. Vastuoluseaduse põhjal on vastuoluline väide väär. Me tunneme vastuoluseadust. Seega printsiibi A põhjal peame hoiduma esitamast väidet, mille vasturääkivus on meile juba teada.

Printsiibile B sarnasest printsiibist juhindus Descartes *Meditatsioonides* (1993).¹² B põhjal peame hoiduma esitamast ka väidet, mille ainsaks toetus on kehtetu järeldus — näiteks induktsioon. Printsiip B on nõudlikum

¹⁰ Aristotelese teksti puhul tuleb ka jälgida, kuidas selles kasutatakse terminit 'induktsioon'.

¹¹ Analoogisel põhjusel argumenteerisin töös (Eintalu 1998), et teadusteooriates võiks hüpoteesidest empiiriliste väidete järeldamisel kasutada ka mõnda deviantset loogikat.

¹² Kahjuks pole Descartesi *Meditatsioonid* eesti keeles täies ulatuses ilmunud. Enne *Meditatsioonide* avaldas Descartes aga teose *Arutlus meetodist*, mis on eesti keeles tervikuna ilmunud (Descartes 1995). Ent teoses *Arutlus meetodist* nõudis Descartes veel ekslikult, et väide, mille tõesus pole kindel, tuleb lugeda vääraks. — Selline nõue viib aga vastuolule ning sarnaneb üsna levinud ekslikule arvamusele, et järeldusviga põhjustab tulemi vääruse.

kui *A* — viimane ei keela esitamast väidet, mille ainsaks julgustuseks on näiteks induksioon. *A* keelab vaid väitmast, et induksioon tõestab oma tulemi.

Võime sõnastada ka kolmanda, vahepealse tugevusega printsiibi:

- C Me peame hoiduma esitamast väidet, mille tõesusele meil pole tugevamat õigustust kui tema väärusele.

Sarnasest printsiibist juhendus Sextus Empiricus (vt nt Mates 1996). Printsiip *C* lubab kasutada induksiooni — ent vaid juhul, kui see induksioon on õigustatud. Ent küsimus: “Kas järeldus saab oma tulemit õigustada ka mingis tõestamisest nõrgemas tähenduses?” viib induksiooniprobleemile, mida käesolevas artiklis püüame vältida.

Eeldasime, et eesmärgiks on meid huvitavate tõeste väidete esitamine. Siiski on väljend “esitan väite” ebamäärane. Näiteks Descartes (1993) leidis, et tuleks hoiduda *uskumast* väidet, mille tõesus pole kindel. Ent väiteid saab esitada ka näiteks *oletustena*. Keegi võib olla näiteks järgmisel seisukohal: “Teadaolevalt vastuolulist teooriat ei tohiks esitada isegi oletusena (printsiip *A*), sellal kui pelgalt mittetõestatud teooriat tohib oletusena esitada, ei tohi aga veel uskuda (printsiip *B*).”

Aga just seda ma argumenteerida kavatsengi, et väiteid saab “esitada” erinevates kontekstides. Printsiipidega *A* ja *B* nõustun kindlasti järgmistes kontekstides: teadaolevalt vastuolulist väidet ei tohi esitada läbinisti tõese väitena ning tõestamata väidet ei tohi esitada tõestatud väitena. Niisiis on kahte erinevat tüüpi loogikavigu, mille tegemist keelavad vastavalt kaks erinevat ratsionaalsuse printsiipi. — Järgnevalt püüan lugejat aga veenda, et teatud kontekstides on siiski lubatav teha mõlemat tüüpi loogikavigu, kusjuures need vead funktsioneerivad siis sarnaselt.

4. Vastuolust oletusteni

Popper (vt nt 2004a) oli printsiibi *B* (ja ka *C*) pühendunud vastane. Popperi järgi ei saa teadusteooriaid — ega üldse mingeid empiirilisi väiteid — õigustada (ingl k: *justify*), ammugi mitte tõestada. Õigustamine pole ka vajalik. Samas ründas Popper mitme eri nurga alt ka induksiooni (*Ibid*). — Ent eitades printsiipi *B* ei saa rünnata induksiooni kasutamist näiteks *hüpoteeside* konstrueerimisel. Popperi õpilane Notturmo ongi möönnud (Eintalu ja Notturmo 1999, 2171):

Ma arvan, et induksiooni võib hästi kasutada oletuste väljapakku-
miseks.

Induktiivse järelduse tulemi tõesus ega väärus pole ju ette garanteeritud. See-
ga printsiip *A* ei takista meid sellist tulemit esitamast — oletusena.

Ent kui juba eitada printsiipi *B* — siis samal põhjusel tohib oletusi esitada, dedutseerides neid väärast teooriast, isegi teadaolevalt väärast teooriast. Ka siin printsiip *A* meid ei takista. Väärade eeldustega deduktsiooni tulem võib ju olla nii väär kui ka tõene. Viimane tõik oli teada Aristotelesele. Süllogismide puhul leidis ta (*Prior Analytics*, 53b25):

Ent sellest, mis on väär, võib järelduda tõene tulem, olgu siis mõlemad eeldused väärad või ainult üks...

Süllogismide puhul püüdis Aristoteles eristada tingimusi, millal väärad eeldused viivad tõesele, millal aga väärade tulemile (vt *Prior Analytics*, 53b40-55a25). Arusaadavalt keelaks printsiip *A* esitamast väärade eeldustega deduktsiooni tulemit, mille väärus oleks ette teada. — Ent üldiselt (mis tahes deduktsioonide puhul) väärade eeldustega deduktsiooni tulemi tõeväärtus ette teada ei ole. Teadlased pole teadaolevalt väärade teooriatest dedutseerinud mitte ainult oletusi, vaid koguni väiteid, mille tõesusse nad ette usuvad. Lakatos (1991, 262): “Teadlastel on paks nahk. Ainult sellepärast, et faktid sellele vastu räägivad, nad teooriast veel ei loobu.”

Ent kui eitada printsiipi *B*, siis ka vastuolulisest teooriast tohib dedutseerida *oletusi*. Printsiip *A* meid ei takista: vastuolulistest eeldustest võib ju dedutseeruda nii väär kui ka tõene tulem.¹³ Niisiis:

Oletuste genereerimise kontekstis käituvad induktiivsed järeldused (teist liiki loogikavead) ja vastuolulised eeldused (esimest liiki loogikavead) analoogiliselt.

Popper eitas printsiipi *B*, samas rajades oma metodoloogia vastuoluseadusele.¹⁴ — Ent säärases nõrgas kontekstis nagu oletuste genereerimine peaks ta siiski lubama vastuolulisi eelteooriaid.

Ka Lakatosi (vt 1991, 1995) “uurimisprogrammi” nn “köva tuum” tohiks olla teadaolevalt vastuoluline teooria. Kui sellist vastuolulist eelteooriat kasutatakse teooriate artikuleerimiseks, mida esitatakse hüpoteesidena, siis pole printsiipi *A* rikutud, printsiipi *B* Lakatos aga ei tunnistanud.

Õigupoolest näeme nüüd, et ka printsiipi *A* tohib rikkuda — nimelt järgmises kontekstis: esitades teadaolevalt väära — või koguni vastuolulise — teooria mitte tõese teorianana, vaid teorianana, millest loodame näiteks, et ta “oletatavasti genereerib häid oletusi”.

¹³ Artiklis (Eintalu 1998) argumenteerisin, et empiirilist adekvaatsust võib saavutada, tuleta- des väiteid fiktiivsetest eeldustest mittestandardse loogika abil. Ülal aga väitsin, et vastu- olulistest eeldustest võib standardse loogika abil dedutseerida hüpoteese.

¹⁴ Oma “oletuste ja ümberlükete” meetodis rakendas Popper vastuoluseadust järeldusreegli *Modus tollens* kaudu: “Kui *p*, siis *q*. $\sim q$. Järelikult: $\sim p$.”

5. Vastuolust tõeläheduseni

Siiski, kui printsiipi *B* juba eitada, siis on teadaolevalt väär teooria kasutamine lubatav ka tugevamas kontekstis kui vaid oletuste genereerimine. Tugevamas kontekstis on lubatav rikkuda ka printsiipi *A*. — Me võime näiteks väita, et antud teoriast (oletatavasti) järeldeb *palju* tõeseid tulemeid. Lisaks sellele (või seejuures) võib, kuigi ei pruugi, väär väites sisalduda palju tõtt.

Me võime teadaolevalt väär teooria esitada kui ligikaudselt tõese.

Traditsiooniliselt loeme väite vääraks, kui ta sisaldab kas või veidigi väärinformatsiooni. Ja mitte vastupidi: me ei loe väidet automaatselt tõeseks, kui ta sisaldab kas või mõne tõekübeme.¹⁵

Aristotelese “väljastatud kolmanda seaduse” põhjal on iga väide kas tõene või väär — ilma kolmanda võimaluseta. “Vahepealsete” võimaluste otsimine johtub intuitsioonist, et väär väide võib olla kas *täielikult väär* või vaid *osaliselt väär*. — Ent Aristoteles tundis seda eristust (vt nt *Prior Analytics*, 54a5-55a20). Vastavalt sellele eristas ta ka *vastuolulist väidetepaari* ja *vastandeid* (vt nt *De Interpretatione*, 17b1-18a10).

Toome näite. Väide 1: “*Kõik varesed on mustad*,” on väär juba siis, kui vaid üks vares on valge, kuigi kõik ülejäänud on mustad. Sel juhul on väide 1 *osaliselt väär*, veelgi enam, ta on *tõele lähedal* (eriti siis, kui vareseid on palju). Väide 1 on *vastuolus* väitega “*Üks vares pole must*.” — Ent juhul, kui kõik varesed on valged, on väide 1 juba *täielikult väär*; ning siis on tõene väide 2: “*Ükski vares pole must*.” — Aristotelese järgi on väited 1 ja 2 küll omavahel vastuolus — ent nad on ka juba teineteise vastandid — kuna üks neist eitab täiel määral seda, mida teine jaatab. Niisiis Aristotelese vaateist järeldeb, et *väär väide võib sisaldada palju tõtt*. Ka tema enda tekstis esineb väljendeid “rohkem tõene” ja “tõele lähemal” (vt *Metaphysics*, Book IV, 4, 1008b30-1009a5).

Ka Popper (2004b, 309–322) leidis oma *tõeläheduse* teorias, et väär väites võib sisalduda palju tõtt.¹⁶ — Siin jätame tähelepanuta asjaolu, et Popper püüdis tõeläheduse mõistet formaliseerida, pakkudes tõeläheduse hindamiseks valemi; et David Miller — Popperi õpilane — sai tuntuks selle valemi väärarimisega, ning et hiljem on tõeläheduse mõiste formaliseerimisest kujunenud omalaadne “Hilberti programm”.¹⁷ — Meie jaoks on oluline

¹⁵ Vastavas mitteklassikalises loogikas, mille võiks välja arendada, oleks mõni valelik poliitikoamatult “tõesuu” — sest ta on oma karjääri vältel vähemalt korra tõtt rääkinud. Tuleks vaid vastav ajalooline näide esitada.

¹⁶ Popper ja tema järgijad on kasutanud termineid (ingl k) *approximation to truth*; *verisimilitude* ja *truthlikeness*. Eesti keeli ehk: ‘tõelähedus’ ja ‘tõesarnasus’.

¹⁷ Ülevaadet vastavast kirjandusest vt nt (Niiniluoto 1998).

eelkõige see, et Popper rõhutas, et väär teooria võib mingis mõttes “sisaldada palju tõtt”, olla “tõele ligidal” või “tõe sarnane”.

Näiteks Newtoni teooria on väär. Ent printsiip *A* ei keela väitmast, et sellest teooriast *järelduvad* paljud tõesed tulemid. Enamgi veel: tundub olevat arukas lubada printsiibi *A* rikkumist järgmises kontekstis: teadaolevalt väära teooriat — nagu Newtoni teooria — tohiks esitada (ja ka kasutada), väites, et see teooria on *ligikaudselt tõene*.¹⁸

Popperiga tuleb nõustuda, et teooria vääruse avastamine ajendab meid otsima uut ja paremat teooriat. Me ju püüame tõele lähemale liikuda. Oma metodoloogias nõudis Popper vigade (kaasa arvatud vastuolude) elimineerimist. — Ent selles metodoloogias endas tundub olevat vastuolu või vähemalt sisepinge: vigade elimineerimine ja tõelähedus on teatud tüüpjuhtudel ju omavahel konfliktis. Mõnikord me avastame vea, ent pole (veel või üldse) suutelised uut ja paremat teooriat looma. — Sellises olukorras tundub olevat ratsionaalne järgmine strateegia: kuni meil veel pole uut ja paremat teooriat, oleme õigustatud kasutama vana ja teadaolevalt väära teooriat, näiteks, kui see teooria on meie hinnangul siiski tõele ligilähedane. Selles küsimuses tundub õigus olevat pigem Lakatosil (1991, 1995) kui Popperil: paremate alternatiivide puudumisel on teadlased õigustatud kasutama teadaolevalt vigast teooriat — ja ajalugu näitab, et nii ongi tehtud (Lakatos ei asetanud küll rõhku mitte tõelähedusele, vaid uudsetele ennustustele, ent usun, et antud küsimuses oleks ta olnud minuga nõus). Metafoorselt väljendudes: Popperil on õigus, kui ta eeldab, et parem on olla terve kui invaliid. — Meie aga lisame, et teatud tingimustel võib ka invaliidi elu olla mõtestatud.

Kõik ülalöeldu kehtib ka teooriate puhul, milles on avastatud vastuolu. Ka vastuolulistest teadusteooriatest on saadud palju tõeseid tulemeid ning mõnda sellist teooriat on peetud ligikaudselt tõeseks. Näiteks Maxwelli elektrodünaamika on teadusajaloo üks edukamaid teooriaid. Ometi on selle teooria kasutajad seda teooriat pidanud vastuoluliseks.¹⁹

Vastuoluline teooria võib olla tõelähedane.

Toome näite. Kui ma esitan teooria *T*: “*Kõik varesed on mustad, aga minu oma on ühtlasi valge,*” siis olen esitanud vastuolulise teooria. Olgu kõik

¹⁸ Kui pidada tõeseks teooriaks Einsteini erirelatiivsusteooriat, siis Newtoni teooria on hea tõelähendus, kui liikuva objekti kiirus v on palju väiksem kui c , mis on valguse kiirus: $v \ll c$. Valguse kiirus c on ligikaudu 300000 km/s.

¹⁹ Maxwelli teooria järgi mõjub elektromagnetväli laetud osakesele jõuga. Kiirendusega liikuv laetud osake kiirgab elektromagnetlainet. Paraku peaks kiiratavat väli kiirgajale endale jõuga mõjuma. Seda jõudu kutsutakse “kiirguse reaktsioonijõuks”. Viimase arvutamisel kohatakse vastuolu. Vt nt (Kard 1981, 45–46). Minu kommentaare Kardi vaadetele ning minu enda hüpoteese vt nt (Eintalu 2001).

vareseid mustad ja olgu vareste arv N . — Sel juhul võib T tõesisalduseks hinnata $(N - 1)/N$. Kui vareseid on 100, on T tõesisaldus 99%. Mida rohkem on vareseid, seda tõelähedasem on T . — Ent seda vaid juhul, kui vastuolulist teooriat T on *kohaselt kasutatud*: nimelt võib vastuolulisest alamväitest “*Minu vares on ja ei ole must,*” formaalselt tuletada mis tahes väite. Vastuolulise teooria T tõeläheduse hinnang on siin saavutatud nimetatud vastuolulise alamväite (ja viimasest järelduvate tulemite) teatava “isoleerimisega”.

Niisiis on lubatav rikkuda printsiipi A järgmises kontekstis:

Me võime teadaolevalt vastuolulise teooria esitada kui ligikaudselt tõese.

Seejuures parema puudumisel oleme me õigustatud sellist tõelähedast vastuolulist teooriat ka kasutama — kuigi Popper loeks selle teooria ümberlükatuks.

6. Wittgenstein vastuolust ja tõelähedusest

Wittgenstein ja eriti Popper võinuks oma erimeelsustes leida teatava kompromissi. Popper käsitles tõeläheduse mõistet;²⁰ samas nõudis ta vigade ja vastuolude elimineerimist. — Ent Wittgensteini võib tõlgendada järgnevalt: implitsiitselt rakendas ta tõeläheduse mõistet vastuolulistele teooriatele, leides, et parema puudumisel võib kasutada vastuolulist teooriat. — Kokkuvõttes pean Wittgensteini vaadet vastuolule ratsionaalsemaks Popperi omast.²¹

Järgnevalt lähemalt Wittgensteini fragmentidest allika *Remarks on the Foundations of Mathematics* (1994) põhjal. Ilmselt oleks Wittgenstein nõus väitega, et *vastuoluline teooria võib olla tõelähedane*. Me kasutasime oma matemaatilist *calculust*, sest selle reeglid olid head. Asjaolu, et me hiljem avastasime oma *calculuses* vastuolu, ei muuda neid reegleid veel igas kontekstishalbadeks (Wittgenstein 1994, 372; Part VII, §12). Kui aritmeetikas leitaks nüüd vastuolu, siis näitaks see vaid, et *sellise* vastuoluga aritmeetika võib olla hea tööriist (1994, 401; Part VII, §35). Vastuoluline teooria võib sageli anda õigeid tulemusi (1994, 369; Part VII, §11). Vastuolu teoorias võib ilmned ka vaid tillukestes doosides (1994, 369; Part VII, §15). Vastuolu ei pruugi teoorialt võtta veel *kogu* rangust (1994, 376–377; Part VII, §15). Vastuolulise

²⁰ Tõsi küll, alles alates aastast 1960 (vt Popper 2004b, 291) — seega pärast Wittgensteini surma 1951.

²¹ Siin pole oluline, et Wittgensteini vastavad mõtted tekstidest *Remarks on the Foundations of Mathematics* (1994) ei käsitle mitte loodusteaduslikke teooriaid, vaid peamiselt matemaatikat — näiteks Russelli paradoksi. Sellele ajaloolaste alampopulatsioonile, kes näeb kõikjal vaid detailierinevusi, pakun aga võimaluse *arutleda* ideede üle, mida Wittgenstein *inspireerib*.

teooria kasutamist võib võrrelda elastse joonlauaga mõõtmisega (1994, 377; Part VII, §15), jms.

Need ja teisedki lõigud näitavad ka seda, et Wittgensteini järgi *teatud kontekstides on lubatav kasutada vastuolulist teooriat*. Wittgenstein vastuolusid ei peljanud (vt nt Wittgenstein 1994, 122; Part I, Appendix III, §17). Praktikas võib vastuoluline teooria olla hea tööriist (vt nt Wittgenstein 1994, 210–214; Part III, §§80–83). Wittgenstein (1994, 209; Part III, §80) arutles, *kas teoorias esineva vastuolu saaks kahjutuks muuta selle vastuolu isoleerimise teel?* Wittgensteini järgi *vastuolu pole ohtlik, kui see esineb piirkonnas, mis on kasutatavusest ja rakendustest kaugel* (vt nt Wittgenstein 1994, 214; Part III, §83). Epikuros on ütelnud: “Seal, kus on surm, pole meid, ja seal kus oleme meie, pole surma.” — Wittgenstein (1994, 210; Part III, §80):

Ma tahaksin küsida midagi sellist: “Kas see on kasutatavus, mida sa oma *calculuselt* ootad? — Sel juhul ei leia sa mingit vastuolu. Ja kui sa kasutatavust ei otsi — siis pole see oluline, kui leiad vastuolu.”

Wittgenstein ei üritanud tõeläheduse mõistet formaliseerida nagu Popper. Ka ei üritanud ta leida formaalseid meetodeid käsitlemaks või isoleerimaks vastuolusid. Vastupidi: Wittgenstein leidis, et mõned vastuolud (nt Russelli paradoks) johtuvad liigest formaliseerimisest ja mehhaniseerimisest (vt nt Wittgenstein 1994, 217; Part III, §85) — mis ühtlasi on vastuolu tekitanud sinna, kus see praktikat ei häiri.

Wittgenstein rõhutas, et pole vale püüelda ranguse ja tõesuse ideaali poole ja et ta ei poolda vastuolusid (Wittgenstein 1994, 377; Part VII, §15). Ent ta lisas (*Ibid*): “On üks viga, mida tuleb vältida: mõni arvab, et vastuolu *peab* olema arutu...” — Siin oligi Wittgenstein ratsionaalsem Popperist.

7. Vastuolulisi teadusteooriaid

Ülal nimetasime teadaolevalt vastuolulise teadusteooriana, mida siiski on kasutatud ja mida on peetud tõelähedaseks, *Maxwelli elektrodünaamikat*. Brown (2002, 630–631) nimetab järgmisi vastuolulisi teooriaid, mida on kasutatud hoolimata vastuolu märkamisest:

1. Bohri mudel vesinikuaatomile (klassikalise elektrodünaamika järgi ei saaks elektron aatomituuma ümber stabiilselt tiirelda, kuna kaotab kiirgusenergiat);
2. Leibnizi *calculus* (käsitles lõpmata väikeseid suurusi nii nulliga võrduvatena kui ka nulliga mittevõrduvatena);
3. Naiivne hulgateooria (viib Russelli paradoksile).²²

²² Üks viis vältimaks hulgateoreetilisi vastuolusid oleks lubada kasutada vaid *pärishulkasid*.

Eraldi artikli on Brown (1992) pühendanud vastuolulise vana kvantteooria (ja Bohri mudeli) analüüsimisele. Brown leiab, et füüsikud kasutavad *kontekstist* sõltuvaid piiranguid, takistamaks vastuolu levimist soovimatutele aladele. — See on kooskõlas minu uurimustega sellest, kuidas füüsikud kasutavad intuiitviseid, mitteformaliseeritud *füüsikalisi kaalutlusi*, lappimaks viga teooria loogilis-aksiomaatilises struktuuris.²³

Parakonsistentse loogikas püütakse vastuolude käsitlemist formaliseerida. On mitmeid erinevaid parakonsistentse loogika mudeleid (ülevaadet vt nt Brown 2002, Priest 2002). Oma artiklis rakendab Brown (1992) oma formaalset mudelit vana kvantteooria analüüsimisel. — Ent käesolevas artiklis ei uuri me, kui vajalik või õnnestunud on tema katse.

8. Kokkuvõte

On kahte liiki loogikavigu: (1) vastuolud; (2) kehtetud järeldused — nagu näiteks induktsioon. Üldiselt, sooritada kehtetu järeldus on väiksem viga kui lubada vastuolu.

On kaks erinevat printsiipi: (A) me ei tohi esitada teadaolevalt väära väidet; (B) me ei tohi esitada väidet, mille tõesus pole teada. Printsiip (B) on tugevam kui printsiip (A). Printsiip (A) keelab esimest liiki loogikavigu, printsiip (B) ka teist liiki loogikavigu. Printsiipi (B) me ei tunnista.

Teatud kontekstis käituvad vastuolud ja kehtetud järeldused analoogiliselt. Oletusi, mille tõeväärtused pole ette teada, võib genereerida: (1) dedutseerides neid teadaolevalt vastuolulisest eelteooriast; (2) saades neid näiteks induktiivse järelduse tulemina.

Väär teooria võib olla tõelähedane. Ka printsiipi (A) tohib rikkuda, esitades teadaolevalt väära teooria kui ligikaudselt tõese. Seejuures ka vastuoluline teooria võib olla tõelähedane. Teadaolevalt vastuolulise teooria võib esitada kui ligikaudselt tõese ja seda parema puudumisel kasutada.

Popper esitas formaliseeritud tõeläheduse teooria. Samas nõudis ta vigade ja vastuolude elimineerimist teadusteooriast. — Ent alati ei õnnestu paremat teooriat luua. Wittgensteini vaated tunduvad seepärast ratsionaalsemad. Implitsiitselt rakendas Wittgenstein mitteformaliseeritud tõeläheduse mõistet vastuolulistele teooriatele ja pidas selliste teooriate kasutamist lubatavaks.

Pärishulk on hulk, mis ei sisalda iseennast elemendina. Nõnda tegutses Frege. Ent Russell avastas siin *Russelli paradoksi*. Nimelt: kui kõikide pärishulkade hulk on pärishulk, siis ta pole seda — ja vastupidi. Seda vastuolu analüüsis ka (Wittgenstein 1994).

²³ Minu argumente ja ka viiteid minu varasematele sellealastele töödele vt (Eintalu 2001).

Kirjandus

- Aristotle (1995). *The Complete Works of Aristotle*, Vol. 1–2, Princeton University Press, New Jersey.
- Brown, B. (1992). Old quantum theory: A paraconsistent approach, *Proceedings of the Biennial Meeting of the Philosophy of Science Association 2: Symposia and Invited Papers*: 397–411.
- Brown, B. (2002). On paraconsistency. D. Jacquette (toim), *A Companion to Philosophical Logic*, Blackwell, lk 628–650.
- Descartes, R. (1993). Meditations on first philosophy, *Discourse on Method and Meditations on First Philosophy*, Hackett Publishing Company, Cambridge, USA, lk 45–105.
- Descartes, R. (1995). Arutlus meetodist, *Descartes*, Olion, Tallinn, lk 117–175.
- Eintalu, J. (1998). Loogika mõistetamatuses, *Võro Instituudi Toimõitiseq*, Vol. 5. Arutlusi teadusest ja tõest, Võro Instituut, Võro, lk 114–119.
- Eintalu, J. (2001). Outsolutions in physical theories. Physical considerations. R. Vihalemm (toim), *Estonian Studies in the History and Philosophy of Science*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, lk 215–230.
- Eintalu, J. (2007a). Loogikavigade lubatavusest, *Eesti filosoofia aastakonverents 2007*, Tehnikaülikool, Tallinn, lk 5.
- Eintalu, J. (2007b). *Sissejuhatus loogikasse*, Sisekaitseakadeemia, Tallinn.
- Eintalu, J. ja Notturmo, M. (1999). Induksioon ja oletus. I osa, *Akadeemia* 10: 2147–2174.
- Hurley, P. J. (1991). *A Concise Introduction to Logic*, Wadsworth, Belmont, California.
- Kant, I. (1982). *Prolegomena igale tulevasele metafüüsikale, mis on võimeline esinema teadusena*, Eesti Raamat, Tallinn.
- Kard, P. (1981). *Mikroskoopiline elektromagnetväli*, Tartu Riiklik Ülikool, Tartu.
- Lakatos, I. (1991). Teadus ja pseudoteadus, *Akadeemia* 2: 258–268.
- Lakatos, I. (1995). Falsification and the methodology of scientific research programmes. I. Lakatos ja A. Musgrave (toim), *Criticism and the Growth of Knowledge*, Cambridge University Press, Cambridge, USA, lk 91–196.
- Łukasiewicz, J. (1971). The law of contradiction in aristotle, *Review of Metaphysics* 24: 485–509.
- Mates, B. (1996). *The Skeptic Way. Sextus Empiricus's Outlines of Pyrrhonism*, Oxford University Press, New York and Oxford.

- Niiniluoto, I. (1998). Verisimilitude: The third period, *The British Journal for the Philosophy of Science* **49**: 1–29.
- Popper, K. (2004a). *The Logic of Scientific Discovery*, Routledge Classics, London.
- Popper, K. (2004b). Truth, rationality, and the growth of scientific knowledge, *Conjectures and Refutations*, Routledge Classics, London.
- Priest, G. (1987). *In Contradiction*, Kluwer, Hague.
- Priest, G. (1998). Paraconsistent logic. E. Craig (toim), *Routledge Encyclopedia of Philosophy*, Vol. 7, Routledge, London, lk 208–211.
- Priest, G. (2002). Logicians setting together contradictories: A perspective on relevance, paraconsistency, and dialetheism. D. Jacquette (toim), *A Companion to Philosophical Logic*, Blackwell, Oxford, lk 651–664.
- Wittgenstein, L. (1994). *Remarks on the Foundations of Mathematics*, The MIT Press, London.

On the allowability of logical mistakes

There are two kinds of logical mistakes: (1) contradictions; (2) invalid inferences. Generally, to commit an invalid inference is a lesser mistake than to assert a contradiction. There are two principles: (A) it is prohibited to present a proposition one knows to be false; (B) it is prohibited to present a proposition one does not know to be true. (A) prohibits to commit logical mistakes of the first kind; (B) of the second kind as well. We reject the principle (B). One can generate guesses e.g. (1) by deducing them from a theory one knows to be contradictory; (2) as the conclusions of inductions. It is allowable to violate the principle (A) too. One can present a theory one knows to be contradictory as approximately true and to use it—if no better ones are at hand. Popper presented a theory of truthlikeness. He also demanded to eliminate contradictions from our theories.—However, one may fail to invent better theories. Wittgenstein's views in *Remarks on the Foundations of Mathematics* are more plausible. Wittgenstein implicitly applied a non-formalized concept of truthlikeness to contradictory theories and allowed to use them.

Keywords: contradiction, truthlikeness
