О ДЕЙСТВИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ В АСПИРАЦИОННОМ СЧЕТЧИКЕ АЭРОИОНОВ

Я. И. Сальм

В самых общих чертах турбулентная диффузия аналогична молекулярной диффузии. Отклонение частиц примеси (аэроионов) от регулярных траекторий обусловлено беспорядочными движениями малых элементов среды. Однако, в отличие от молекулярной диффузии, нельзя пренебречь корреляцией отдельных пульсационных смещений, и диффузия не связана с подвижностью аэроиона.

В работе [Таммет, 1967] получена формула для оценки эквивалентной относительной ошибки подвижности в случае слабой однородной и изотропной турбулентности. Постараемся здесь уточнить картину этого явления, особенно насчет корреляционных функций, а также отказаться от требования изотропности.

Так же как и в работе [Сальм, 1969], рассмотрим двумерное движение аэроиона в скрещенных стационарных и однородных полях (поле течения воздуха со средней скоростью u в направлении x и электрическое поле с напряженностью E в направлении y) Это соответствует плоскому измерительному конденсатору, а также коаксиальному измерительному конденсатору с малым расстоянием между обкладками. В конце данной работы коснемся и некоторых вопросов при неоднородном поле течения воздуха.

В среднем аэроион с подвижностью k движется согласно уравнениям $x=ut$; $y=kEt$, где t — время. Однако, на среднюю скорость воздуха налагаются турбулетные пульсации скорости u' и v' (соответственно в направлении x и y) Все пульсационные величины обозначим штрихом, а их среднее значение (математическое ожидание), по определению, равно нулю. Таким образом, положение аэроиона за время t является также случайным, причем на среднее смещение накладываются пульсационные составляющие x' и y'

Сведем случайность к подвижности, используя соотношение $k=uy/Ex$. Ограничиваясь случаем слабой диффузии, применим линеаризацию последнего выражения. Квадрат относительной ошибки подвижности, т. е. дисперсия, разделенная на квадрат подвижности,

$$\frac{\mathrm{D}[k]}{k^2} = s_k^2 = \frac{\overline{x'^2}}{x^2} + \frac{\overline{y'^2}}{y^2} - 2\frac{\overline{x'y'}}{xy} \tag{1}$$

Координата x здесь равна длине измерительного конденсатора, а y — расстоянию между обкладками.

Черточки над символами обозначают теоретико-вероятностное осреднение. Дисперсии координат $\overline{x'^2}$ и $\overline{y'^2}$, а также ковариация $\overline{x'y'}$ в точке (x, y) сами собой не известны. Проще поддаются измерению статистические характеристики скорости, точнее — скорости в фиксированных точках (эйлеровы скорости) Статистические моменты смещения аэроиона мы можем выразить через характеристики пульсационных скоростей фиксированных частиц U' и V' (это — лагранжевы скорости):

$$\overline{x'^2} = \overline{[\int_0^t U'(t_1)\,\mathrm{d}t_1]^2} = \int_0^t\int_0^t \overline{U'(t_1)\,U'(t_2)}\,\mathrm{d}t_1\mathrm{d}t_2.$$

Введем новые переменные $\frac{1}{2}(t_1+t_2) := \tau$; $t_2 - t_1 := s$. Тогда

$$\overline{x'^2} = 2\int_0^t \int_{\frac{s}{2}}^{t-\frac{s}{2}} B_{uu}^{(L)}(\tau, s)\,\mathrm{d}\tau\mathrm{d}s, \tag{2}$$

где $B_{uu}^{(L)}(\tau, s) = \overline{U'(t_1)\,U'(t_2)}$ — лагранжева корреляционная функция скоростей фиксированной частицы.

Из-за однородности $B_{uu}^{(L)}(\tau, s)$ от τ не зависит, а последнее выражение можно интегрировать по τ

$$\overline{x'^2} = 2\int_0^t (t-s)\,B_{uu}^{(L)}(s)\,ds.$$

Учитывая, что при однородной турбулентности $\overline{U'^2} = \overline{u'^2}$ и $\overline{V'^2} = \overline{v'^2}$, введем нормированную корреляционную функцию R (вместе с соответствующими индексами), а

$$\overline{x'^2} = 2\overline{u'^2}\int_0^t (t-s)\,R_{uu}^{(L)}(s)\,ds. \tag{3}$$

Аналогично

$$\overline{y'^2}=2\overline{v'^2}\int_0^t (t-s)R_{vv}^{(L)}(s)\,ds, \qquad (4)$$

$$\overline{x'y'}=2\sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}\int_0^t (t-s)R_{uv}^{(L)}(s)\,ds. \qquad (5)$$

Вывод последних формул, а также некоторые другие общие вопросы теории турбулентной диффузии более полно изложены, например, в монографии [Монин, Яглом, 1965].

Теперь надо было бы лагранжевы корреляционные функции выразить через эйлеровы, так как именно последние сравнительно легко определить экспериментально. Однако в настоящее время такая связь неизвестна. Теоретические исследования указывают скорее на невозможность существования универсальной связи между ними. Из экспериментальных работ наиболее подходящим к данному вопросу является исследование [Baldwin, Mickelsen, 1962] в центральной части вполне развитого турбулентного течения в канале, в нешироком интервале чисел Рейнольдса.

Хотя в этой работе точного подобия обоих типов корреляционных функций не найдено, все же оказалось, что, получив лагранжеву корреляционную функцию из Эйлеровой путем замены в последней пространственного интервала ξ временным интервалом $s=\frac{\xi}{B\sqrt{\overline{u'^2}}}$, значение $B=0{,}7$ дает обнадеживающее согласие с опытом. В опытах значения B были разбросаны в интервале от 0,56 до 0,87 К сожалению, результаты ограничены небольшими временами диффузии — приблизительно до половины интегрального корреляционного масштаба.

Надо обратить внимание на то, что в нашей задаче мы не имеем дела с обычной лагранжевой функцией корреляции, так как аэроион, кроме переноса потоком воздуха, движется также в поперечном направлении под действием электрического поля. По мере ослабления электрического поля движение аэроиона уподобляется обычному движению частицы пассивной примеси. По мере же увеличения напряженности поля он в конце концов движется как бы через неподвижную среду, а определяющей станет эйлерова пространственная корреляционная функция.

Однородность и стационарность дают достаточное основание утверждать, что корреляционная функция связи $R_{uv}^{(L)}(s)=0$. Ниже мы еще вернемся к вопросу об этой функции, а пока предположим, что она равна нулю.

Рассмотрим теперь два предельных случая, во-первых, большое время корреляции. Тогда $R_{uu}^{(L)}(s) \approx 1$ и $R_{vv}^{(L)}(s) \approx 1$ в течение интервала времени, интересующего нас. Образно говоря, это означает, что самые большие вихри имеют масштаб, не меньше размеров измерительного конденсатора. Это может иметь место при вносящейся извне турбулентности в коротком измерительном конденсаторе. С другой стороны, предположение $R_{uu}^{(L)}(s)=1$ и $R_{vv}^{(L)}(s)=1$ дает нам верхний предел для относительной ошибки подвижности s_k.

По формуле (1) можем записать

$$s_k^2 \leqslant s_{k(1)}^2 = \frac{\overline{u'^2}}{u^2} + \frac{\overline{v'^2}}{k^2E^2}$$

Обозначим коэффициент анизотропии $\alpha = \overline{v'^2}/\overline{u'^2}$ и интенсивность турбулентности $\varepsilon = \sqrt{\overline{u'^2}}/u$.

Тогда предыдущая формула перепишется

$$s_{k(1)}^2 = \varepsilon^2 \left(1 + \alpha \frac{u^2}{k^2E^2}\right) = \varepsilon^2 \left(1 + \alpha \frac{x^2}{y^2}\right) \tag{6}$$

В случае короткого измерительного конденсатора определяющей является турбулентность, вносящаяся извне, а при этом $\overline{u'^2}$, по-видимому, существенно не зависит от u. Это подтверждается также предварительными опытами, предпринятыми автором.

Сужение потока воздуха при входе в коаксиальный измерительный конденсатор, а также проволочные сетки и конфузор (если они применяются для подавления турбулентности) приводят к тому, что α значительно больше единицы.

В случае длинного измерительного конденсатора формула (6) дает слишком преувеличенные значения, и нужно учитывать корреляционный масштаб. Если корреляция пульсационных смещений аэроиона в начале и в конце траектории достаточно мала, то формулы (3) и (4) можно переписать в виде

$$\overline{x'^2} = 2\overline{u'^2}(T_u^{(L)} t - S_u^{(L)}),$$

$$\overline{y'^2} = 2\overline{v'^2}(T_v^{(L)} t - S_v^{(L)}),$$

где

$$T^{(L)} = \int_0^\infty R^{(L)}(s)\,ds; \qquad S^{(L)} = \int_0^\infty sR^{(L)}(s)\,ds$$

при обоих индексах.

Относительно величин $S^{(L)}$ нельзя сказать ничего определенного, не зная формы корреляционной кривой. Опуская $S^{(L)}$, получим опять некоторый верхний предел для $s_{k(2)}^2$.

Введем еще другой (масштабный) коэффициент анизотропии $\beta = T_v^{(L)} / T_u^{(L)}$ Квадрат относительной ошибки подвижности для больших времен

$$s_k^2 < s_{k(2)}^2 = 2\varepsilon^2 \left(1 + \alpha\beta \frac{x^2}{y^2}\right) \frac{T_u^{(L)}}{t}. \qquad (7)$$

Из формул (6) и (7) следует выбрать ту, которая дает меньшее значение s_k^2 Относительно лагранжева масштаба $T_u^{(L)}$ немного говорилось выше, однако способы определения его необходимо уточнить экспериментально.

Согласно формуле (7), если $t \gg T_u^{(L)}$, получим такую же зависимость от времени, как и при молекулярной диффузии. Некоторыми работами подтверждается, что распределение вероятности смещений также выражается нормальным законом.

В длинном измерительном конденсаторе, почти независимо от начальных условий, по мере удаления от входа устанавливается вполне развитый турбулентный поток, или же турбулентность затухает (если число Рейнольдса ниже нижнего критического значения) По данным [Laufer, 1951] среднеквадратичные пульсационные скорости развитого турбулентного потока в плоском канале составляют от 2% до 12% от максимальной скорости, а по местной скорости интенсивность турбулентности находится в пределах от 2% до 44%.

Наибольшие значения достигаются в тонком пристеночном слое. Исключая из рассмотрения, например, пристеночный слой толщиной в 5% от полуширины канала, получим вместо последних цифр 2% и 17%. С увеличением числа Рейнольдса интенсивность турбулентности падает приблизительно по степенному закону с показателем — 0,5, а эйлеров масштаб длины существенно меняется. Таким образом, в длинном канале поле течения воздуха становится неоднородным.

* *
*

Теперь частично откажемся от требования однородности. Допустим, что поле течения неоднородно в направлении y, причем, вследствие симметрии граничных условий, все поля гидродинамических величин по отношению к средине канала также симметричны — или четны или нечетны. Траектории аэроионов не являются прямыми. Однако имея в виду слабость диффузии (т. е., что пульсационные смещения намного меньше осредненных смещений), можно утверждать, что лагранжевы характеристики тоже симметричны по отношению к моменту времени $t/2$.

Известно, что величина $B_{uv}^{(L)}(\tau, 0) = \overline{U'(\tau) V'(\tau)} = \overline{u'(\tau) v'(\tau)}$ (напряжение Рейнольдса), которую можно интерпретировать как плотность потока импульса в поперечном направлении, по мере приближения к стенкам, в развитом турбулентном потоке принимает довольно большое значение, доходящее до $0{,}5\sqrt{\overline{u'^2}}\sqrt{\overline{v'^2}}$ [Laufer, 1951]. Однако при этом эта функция нечетна по отношению к моменту $t/2$. Это дает большую уверенность утверждать, что $B_{uv}^{(L)}(\tau, s)$ в целом в данном случае также нечетна. Следовательно, $\overline{x'y'}$ в таких условиях равна нулю.

В случае коаксиального конденсатора со значительно отличающимися радиусами это не верно. Корреляционный момент связи нужно учесть и в случае короткого коаксиального измерительного конденсатора, если имеется длинная входная труба.

Что касается дисперсий скорости, то в неоднородном случае нужно прибегать к осреднению согласно работе [Таммет, 1967].

ЛИТЕРАТУРА

Монин А. С., Яглом А. М., 1965. Статистическая гидромеханика, ч. 1. «Наука», М.

Сальм Я. И., 1969. Кажущийся спектр аэроионов при учете тепловой диффузии. В настоящем выпуске.

Таммет Х. Ф., 1967. Аспирационный метод измерения спектра аэроионов. Уч. зап. Тартуского гос. ун-та, вып. 195.

Baldwin L. W., Mickelsen W. R., 1962. Turbulent diffusion and anemometer measurements. J. Eng. Mech., 88, No. 1, 37—69.

Laufer, J., 1951. Investigation of turbulent flow in a two-dimensional channel. NACA Rep. No. 1033.

Поступила 25/IV 1968 г.

TURBULENTSI TOIMEST AEROIOONIDE ASPIRATSIOONLOENDURIS

J. Salm

Resümee

Varemtuntud teooriat nõrga turbulentsi toime kohta aspiratsioonloenduris on mõningal määral üldistatud, loobudes isotroopsuse nõudest. On täpsustatud korrelatsioonifunktsioonide ja -mastaapide tähendust. Lagrange'i suuruste avaldamiseks Euleri suuruste kaudu, mis on vajalik teooria lõplikuks väljaarendamiseks, senistest teoreetilistest ja eksperimentaalsetest tulemustest ei piisa.

ON THE EFFECT OF THE TURBULENCE IN THE ASPIRATION COUNTER OF AIR IONS

J. Salm

Summary

The author has further generalized the earlier theory of the effect of weak turbulence in an aspiration counter by abandoning the requirement of isotropy. The significance of the correlation functions and scales has been further specified.

It is pointed out that the theoretical and experimental results achieved so far are insufficient for a final elaboration of the theory of expressing Lagrangian quantities through Eulerian quantities.