

**ZUR FRAGE
DES TEMPERATURANSTIEGENS
IM WINTER**

VON

KARL FRISCH

DORPAT 1928

In den Wintermonaten dürften in Nordosteuropa die Hauptursache des Temperaturanstiegens die von dem Atlantischen Ozean kommenden warmen Westwinde sein, durch die grosse Mengen warmer Luft vom Ozean auf den Kontinent transportiert werden.

Die direkte Erwärmung durch die Sonne wie auch die diffuse Himmelsstrahlung sind im Vergleich zum ersterwähnten Faktor bedeutend geringer einzuschätzen.

Jedoch beobachten wir im Winterhalbjahr oft, trotz des vom kalten Osteuropa wehenden Windes, starke Erwärmungen, wo die Lufttemperatur bis zu 10° und darüber steigt.

Die Aufgabe der folgenden Arbeit ist einen solchen Fall näher zu analysieren, wo wir es am 14. Januar 1927 in Estland mit einer plötzlichen starken Temperaturzunahme zu tun hatten.

Bevor wir die erwähnte Wetterlage näher betrachten, möchte ich einige theoretische Bemerkungen vorausschicken.

Die aus der höheren Analyse bekannte Formel von Gauss lautet:

$$\iiint \operatorname{div} F \, d\tau = \iint F_n \, d\sigma \quad (1)$$

wo das linke Integral sich auf ein bestimmtes Volumen bezieht, das rechtsstehende aber auf die vom Volumen begrenzte Oberfläche.

Die Formel lässt sich ohne Schwierigkeit auch auf von der Luft eingenommene Volumina anwenden, unter der Annahme, dass der Vektor die Windgeschwindigkeit in m pro sec darstellt.

Das rechtsstehende Integral gibt dann die Differenz zwischen dem durch die geschlossene Fläche einströmenden und ausströmenden Luftvolumen in der Zeiteinheit wieder.

Unter der Voraussetzung, dass das Einströmen dem Ausströmen gleich ist, was wir für Luftschichten ohne einen grosseren Fehler annehmen können¹⁾, ist unser rechtsstehendes Integral gleich 0, weshalb andererseits das linksstehende Integral

1) V. Bjerknes, Dynamische Meteorologie und Hydrographie II S. 29.

auch gleich 0 ist. Unter der weiteren Annahme, dass die Windgeschwindigkeit einen solenoidaren Vektor darstellt, haben wir:

$$\operatorname{div} F = 0$$

oder

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

In der Formel (2) bedeuten bekannterweise F_x , F_y , F_z die drei rechtwinkligen Komponenten des Vektors F , in unserem Falle — die der Windgeschwindigkeit.

Nach dieser Formel können wir durch Integration die vertikale Komponente der Windgeschwindigkeit in einer Schicht bestimmen, wenn die beiden horizontalen Komponenten F_x und F_y bekannt sind:

$$d F_z = - \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) dz$$

$$F_z = - \int_{z_0}^z \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) dz$$

Unter der Annahme, dass die horizontalen Geschwindigkeitskomponenten in der betrachteten Schicht in Bezug auf z konstant sind, erhalten wir

$$F_z = - \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) (z - z_0)$$

oder

$$F_z = - \operatorname{div}_2 F (z - z_0) \quad (3)$$

Zur Berechnung der Vertikalkomponente der Windgeschwindigkeit ist es nötig, in Formel (3) für die zweidimensionale Divergenz einen bequemen Ausdruck zu finden, der sich aus den gewöhnlichen Windbeobachtungen leicht bestimmen lässt.

Für die zweidimensionale Divergenz lautet die Formel von Gauss:

$$\iint \left(\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \right) d\sigma = \int F_n dS$$

oder für die Flächeneinheit:

$$\frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} = \int F_n dS$$

Nun benutzen wir den von V. Bjerknes¹⁾ eingeschlagenen Weg, auf dem $\text{div}_2 F$ sich in folgender Weise darstellen lässt.

Bezeichnen wir die Normalkomponente unseres Vektors längs der Kurve durch F_n , so lässt sich der Transport (T) durch die Kurve durch folgendes Integral ausdrücken:

$$T = \int F_n dS \quad (4)$$

wobei das Integral längs der Kurve S zu nehmen ist.

In unserer Formel (4) wird nichts geändert, wenn wir uns die von der Kurve begrenzte Fläche in eine beliebig grosse Zahl kleinerer Flächenstücke eingeteilt vorstellen, den Transport durch jedes einzelne kleine Flächenstück berechnen und den Gesamttransport (T) als Summe der Transporte durch jede Teilfläche betrachten:

$$\begin{aligned} T &= \int F_n dS \\ &= \sum \int F_n dS \end{aligned} \quad (5)$$

wobei die letzten Integrale in Formel (5) über die Randlinien aller Teilflächen zu nehmen sind.

Da die Gestalt der einzelnen Teilflächen beliebig sein kann, nehmen wir an, dass sie von zwei Vektorlinien und zwei Normalen zu den Vektorlinien begrenzt sind.

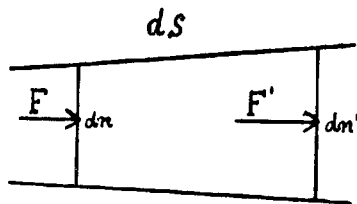


Fig. 1

Bezeichnen wir die Elemente der ein solches Flächenstück begrenzenden Vektorlinien durch dS und dS' , und die betreffenden Elemente der Normalen durch dn und dn' (s. Fig. 2), so können wir die Differenz (D) zwischen dem Einströmen und

1) V. Bjerknes, Dynamische Meteorologie und Hydrographie II S. 107.

Ausströmen durch unser Flächenelement folgendermassen darstellen:

$$D = F' dn' - F dn \quad (6)$$

Die in der Formel (6) vorkommenden Grössen F' und dn' können wir als Funktionen von S betrachten und ihre Abhängigkeit von S so ausdrücken:

$$\left. \begin{aligned} F' &= F + \frac{\partial F}{\partial S} dS \\ dn' &= dn + \frac{\partial dn}{\partial S} dS \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Nach der Substitution der Ausdrücke für F' und dn' in die Formel (6) und unter Ausserachtlassen der Grössen zweiter Ordnung erhalten wir statt Formel (6):

$$D = \frac{\partial F}{\partial S} \cdot dS dn + F \cdot \frac{\partial dn}{\partial S} dS$$

Da das Produkt $dS dn$ den Flächeninhalt darstellt, den wir durch $d\sigma$ bezeichnen, so erhalten wir für die Differenz zwischen dem Einströmen und Ausströmen durch unsere Teilfläche folgenden Ausdruck:

$$D = \left(\frac{\partial F}{\partial S} + F \cdot \frac{1}{dn} \cdot \frac{\partial dn}{\partial S} \right) d\sigma \quad (8)$$

Für die Flächeneinheit ist daher die betreffende Grösse:

$$D_1 = \frac{\partial F}{\partial S} + F \cdot \frac{1}{dn} \cdot \frac{\partial dn}{\partial S} \quad (9)$$

Nach seiner Bedeutung ergibt aber der letztere Ausdruck die gesuchte Divergenz des zweidimensionalen Vektors F :

$$\begin{aligned} \operatorname{div}_2 F &= \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} \\ &= \frac{\partial F}{\partial S} + F \cdot \frac{1}{dn} \cdot \frac{\partial dn}{\partial S} \end{aligned} \quad (10)$$

Substituieren wir in Formel (3) für $\operatorname{div}_2 F$ ihre Grösse nach Formel (10), so erhalten wir für die vertikale Komponente der Windgeschwindigkeit folgenden Ausdruck:

$$F_z = - \left(\frac{\partial F}{\partial S} + F \cdot \frac{1}{dn} \cdot \frac{\partial dn}{\partial S} \right) (z - z_0) \quad (11)$$

der sich leicht aus der Stromlinienkarte berechnen lässt.

Auf unsere Wetterkarte vom 14. Januar zurückkommend, möchte ich eine kurze Übersicht über die Verteilung der meteorologischen Elemente an jenem Morgen geben (s. Fig. 2). Ein breites Tiefdruckgebiet von 735 mm im Zentrum lag über der Nordsee, von wo eine Tiefdruckrinne längs der norwegischen Küste bis zum Eismeer sich vorgeschoben hatte. Ein zweites Tief von 750 mm befand sich in Italien. Was die Hochdruckgebiete anbelangt, so hatte sich! das sibirische Maximum von 790 mm über Nordosteuropa ausgebreitet, während das Azorenhoch sich bis zur Pyrenäischen Halbinsel ausgedehnt hatte, von wo ein Hochdruckkeil bis Island reichte.

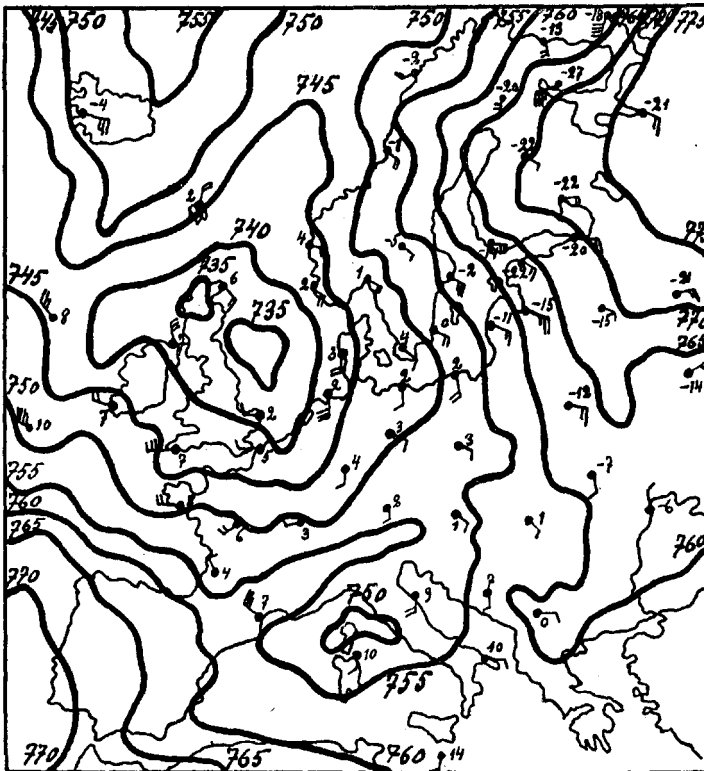


Fig. 2.

Im Zusammenhang mit der Luftdruckverteilung herrschte in Nordosteuropa eine strenge Kälte, die dank den östlichen Winden bis zur Ostseeküste vorgedrungen war. Eine gute Begrenzung des Kältegebietes würde die -10° -Isotherme geben, die vom Asowschen Meere in nordwestlicher Richtung bis Libau verlief, und von dort über die Ostsee und Nordskandinavien bis zum Eismeer. Die niedrigsten Temperaturen waren in Ust-Zylma (-32°) und Nishnij-Nowgorod (-29°). Auch in Estland finden wir verhältnismässig niedrige Temperaturen, zum Beispiel in Reval -22° , Ollustfer -24.5° u. s. w.

Trotz der östlichen Winde haben wir am 14. Januar in Estland bis zum Mittag eine starke Temperaturzunahme, die besonders im Küstengebiet in Pernau, Reval und Hapsal ausgeprägt ist.

In folgender Tabelle sind die Temperaturen der estnischen meteorologischen Stationen von 21^h 13 I, 7^h und 13^h 14 I aufgeführt.

T a b e l l e.

	φ	λ	21 ^h 13 I	7 ^h 14 I	13 ^h 14 I
Dorpat	58° 23'	26° 43'	-23.5	-17.1	-16.2
Fickel	58° 48'	24° 20'	-18.0	-22.5	-14.5
Filsand	58° 23'	21° 50'	- 6.9	- 7.9	- 8.0
Hapsal	58° 57'	23° 34'	-17.2	-22.4	- 9.0
Hungerburg	59° 28'	28° 04'	-27.0	-21.5	-16.5
Jendel	59° 15'	25° 43'	-22.6	-21.8	-16.5
Laisholm	58° 46'	26° 24'	-24.8	-17.2	-16.7
Ollustfer	58° 33'	25° 35'	-21.5	-24.5	-15.7
Packerort	59° 24'	24° 04'	-17.6	-23.2	-14.2
Pernau	58° 23'	24° 30'	-15.5	-21.0	-12.2
Pollenhof	58° 08'	25° 33'	-20.5	-18.5	-15.0
Reval	59° 26'	24° 48'	-19.4	-22.0	-14.2
Stenskär	59° 49'	22° 20'	-19.0	-16.2	-13.8
Thoma	58° 52'	26° 17'	-23.3	-18.2	-17.3
Tschorna	58° 51'	26° 58'	-22.7	-17.5	-15.0
Werro	57° 51'	27° 01'	-25.2	-15.6	-15.3

Aus der Tabelle ersehen wir, dass auf den Stationen in Ostestland in der Nacht eine starke Temperaturzunahme stattfand (in Werro 9.6°), während in Westestland die Temperatur in der Nacht noch sank und erst am Tage zunahm.

Zur Erklärung jener Temperaturzunahme möchte ich folgenden Gedankengang vorschlagen.

Es ist längst bekannt, dass die im Winter an der Erdoberfläche befindliche kalte Luftschicht öfters nur eine geringe Höhe hat und schon etwa in 400—700 m Höhe durch eine starke Inversionsschicht begrenzt ist, wo der Temperatursprung oft 5° — 10° beträgt. Unter der Annahme der Existenz einer solchen Inversionsschicht in unserem Falle brauchen wir zur Erklärung der beschriebenen Temperaturanstiege nur noch anzunehmen, dass durch die Vertikalströme die höher schwebenden Warmluftmassen adiabatisch mit der Erdoberfläche in Berührung gekommen sind. Leider haben an diesem Tage keine Meteorographen-Aufstiege von den nächsten aerologischen Stationen Helsingfors und Pawlowsk stattgefunden, weshalb eine direkte Nachweisung der Inversionsschicht unmöglich ist; wohl aber können wir aus der Stromlinienkarte an den erwähnten drei Beobachtungsterminen Gebiete mit absteigendem Luftstrom nachweisen. Zur Zeichnung der Karte der Vertikalkomponente der Geschwindigkeit ist es nötig, mit Hilfe der Formel (11) für jeden Punkt auf der Stromlinienkarte die nötigen Differential- und Integral-Operationen durchzuführen. Zu diesem Zweck wurden nach der von Bjerknes vorgeschlagenen Methode die nötigen Hilfskarten gezeichnet, zuerst die Karte der Ableitung $\frac{\partial F}{\partial S}$, dann die Karte

$\frac{1}{dn} \cdot \frac{\partial dn}{\partial S}$, welche nach der graphischen Multiplikation mit F zur ersten Karte $\frac{\partial F}{\partial S}$ graphisch hinzuaddiert wurde.

Die auf diese Weise erhaltenen Karten (Fig. 3) stellen bei

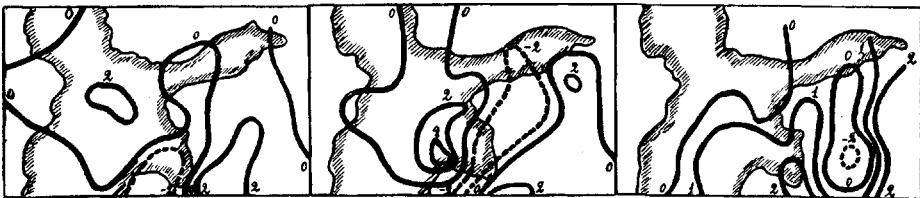


Fig. 3.

einer Luftschicht von 1000 m Dicke die Vertikalkomponente der Geschwindigkeit in cm pro sec dar für den 13 I 21^h, 14 I 7^h und 14 I 13^h.

Auf den Karten geben die ausgezogenen Linien den absteigenden Strom in cm pro sec, die punktierten Linien den aufsteigenden Strom.

Da wir für die horizontalen Windkomponenten in der betrachteten Schicht die an der Erdoberfläche beobachtete Windstärke angenommen haben, ist es selbstverständlich, dass die für die Vertikalkomponenten berechneten Werte keine absoluten sind, sondern nur relativ die Stellen mit stärkerem bzw. schwächerem Vertikalstrom andeuten.

Bei der Zeichnung der erwähnten Karten sind die Höhenunterschiede in der Aufstellung der Windfahne, wie auch die vorkommenden Bodenerhebungen nicht in Betracht gezogen. Da in Estland keine nennenswerten Bodenerhebungen vorhanden sind, dürfte der letztere Faktor nur eine geringfügige Rolle spielen.

Auf der Abend- und Morgenkarte sehen wir Gebiete mit absteigendem Luftstrom über dem östlichen Teil Estlands und auf der Ostsee, während über Westestland sich ein Gebiet mit absteigendem Luftstrom ausgebildet hat.

Auf der Nachmittagskarte finden wir dagegen das Gebiet mit herabsteigenden Luftmassen über dem Küstengebiet, wo von 7^h bis 13^h eine starke Temperaturzunahme stattgefunden hat, während wir in Ostestland schon ein Gebiet mit aufsteigendem Luftstrom vor uns haben.

Der besseren Übersicht wegen sind in der folgenden Fig. 4

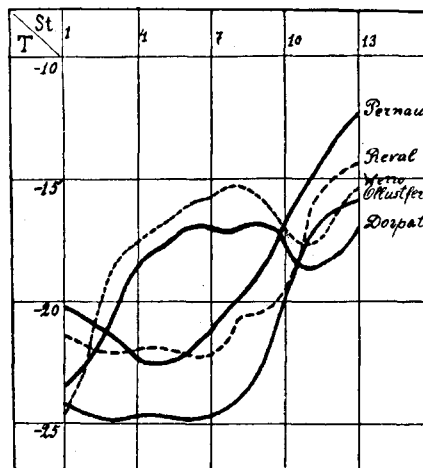


Fig. 4.

die Temperaturregistrierungen von Dorpat, Werro einerseits und Pernau, Reval und Ollustfer andererseits graphisch wiedergegeben.

Ihre Vergleichung lässt uns vermuten, dass die Erwärmung durch das Herabsinken der höher liegenden warmen Luftmassen zuerst in Ostestland begann und von da sich durch Herabsinken neuer Luftmassen westwärts verschob.

Leider können wir den Vertikalstrom in dem Erwärmungsgebiet nicht kontinuierlich verfolgen, da auf den Stationen die Windbeobachtungen grösstenteils nur an 3 Tageterminen angestellt werden.

Was die Erwärmung von 7^h—13^h im Gebiete Pernau-Reval-Ollustfer anbelangt, so ist ein Teil davon den östlichen Winden zuzuschreiben, wodurch eine Temperaturerhöhung um höchstens 8°—9° hervorgerufen wurde, während durch das adiabatische Herabsinken eine weitere Erwärmung um etwa 5°—6° sich erklären lässt.

Zum Schluss möchte ich noch bemerken, dass in den Wintermonaten oft ähnliche Fälle einer plötzlichen Temperaturzunahme vorkommen, die nach unserer Ansicht durch adiabatisches Herabsinken der über der Inversionsschicht schwebenden warmen Luftmassen erklärt werden kann, — worauf übrigens bereits O. Johanson hingewiesen hat¹⁾.

Zusammenfassung.

Der betrachtete Fall erweckt den Eindruck, dass wir als Hauptursache beim beschriebenen Temperaturanstiegen das Niedersinken der höheren warmen Luftmassen ansehen können, was besonders dadurch seine Bestätigung findet, dass das Erwärmungsgebiet mit dem Gebiete der absteigenden Luftmassen zusammenfällt.

1) O. Johanson, Über Entstehung und Wirkungen absteigender Luftströme. Acta Societatis Scientiarum Fennicae. Tom. XLIV, No. 1.