

IV. Über die Abhängigkeit der interstellaren Absorption von der Wellenlänge¹.

Von G. Kusmin.

Die Erforschung der interstellaren Absorption als Funktion der Wellenlänge bietet ein besonderes Interesse, da es auf diesem Wege möglich erscheint, gewisse Kenntnisse über die Eigenschaften der interstellaren Materie zu erhalten. Es sind gegenwärtig verhältnismässig wenig entsprechende Messungen vorhanden, wobei dieselben, einzeln genommen, auch noch ziemlich ungenau sind (mittlerer Fehler grösser als $0^m.05$). Dennoch steht für die meisten untersuchten Raumrichtungen mehr als eine Messung für jede Wellenlänge zur Verfügung, und sind die Mittelwerte aus diesen Messungen schon viel vertrauenswürdiger. Abb. 1 zeigt zwei Kurven, die solche Mittelwerte darstellen. Die obere Kurve repräsentiert die Abhängigkeit der Absorption (differentielle Absorption) von der Wellenlänge, die auf Grund der Messungen an dem Sternhaufen NGC 6913 erhalten wurde (nach Trümpler²). Die Kurve stellt das Resultat einer Vergleichung zwischen dreim obenerwähnten Sternhaufen und zwei viel näher zu uns gelegenen Sternen dar. Die untere Kurve stellt das Mittel aller Messungen der Absorption an 55 Cygni dar (nach 6—4 Messungen von O. Struve, P. Keenan und J. Hynek³ und nach einer Messung von J. Rudnick⁴). Beide Kurven sind verhältnismässig genau bestimmt, und wir können den mittleren Fehler ihrer Punkte annähernd auf $0^m.02$ — $0^m.04$ schätzen.

Wie aus Abb. 1 zu ersehen ist, zeigen die beiden Kurven, die einen ziemlich unglatten, wellenförmigen Verlauf aufweisen,

¹ Astrophysikalisches Seminar 1936/37, geleitet von E. Öpik.

² Publ. A. S. P. **42**, 267 (1930).

³ Ap. J. **79**, 1 (1934).

⁴ Ap. J. **83**, 394 (1936).

eine merkwürdige Ähnlichkeit miteinander. Scheinbar ist der Charakter der Absorption in beiden Raumrichtungen durchschnittlich derselbe. Es ist aber sehr wahrscheinlich, dass die durchschnittliche Absorption auch in der ganzen Milchstrassenebene qualitativ dieselbe ist. Besonders kommt das zutage, wenn wir alle Messungen durch Reduktion zu einer Normalkurve vereinigen. Abb. 2 enthält eine solche Zusammenstellung, wo die Messungen in den einzelnen Richtungen (oder die Mittelwerte der Messungen in verschiedenen Richtungen) durch die Form der Punkte zu unterscheiden sind (s. hierzu die folgende Tabelle); als Normalkurve ist die obere Kurve in Abb. 1 angenommen.

Tabelle zu Abb. 2.

Bezeichnung der Punkte auf Abb. 2	Gemessenes Objekt	Galaktische Koordinaten		Quelle
		l	b	
1	NGC 6910	46 ⁰	+1 ⁰	R. Trümpler ²
2	NGC 6913	45	0	"
3	55 Cygni	53	1	1) O. Struve, P. Keenan u. J. Hynek ³ ; 2) J. Rudnick ⁴
4	13 Cephei	67	1	O. Struve u. a. ³
5	Verschiedene Sterne, fast über die ganze Milch- strasse verteilt			H. Wilkens ⁵ (nach den Messungen von S. Thorndike ⁶)

Wie aus Abb. 2 zu ersehen, ist in der Tat die Übereinstimmung zwischen den einzelnen Punkten eine ziemlich gute. Die Kurve, die durch die Punkte gezogen ist, erscheint als ganz zuverlässig und ihr Verlauf ist den in Abb. 1 dargestellten Kurven ähnlich. Bei kleiner Wellenlänge ($< 400 \mu\mu$) werden die Ergebnisse wegen verschiedener Wasserstoffabsorption in den Vergleichssterne stark ungenau (Wirkung der Absorptionsumrisse der naheliegenden Einzellinien der Balmerreihe). In diesem Bereiche haben wir nur die Messungen von Trümpler berücksichtigt, denn diese Messungen beziehen sich auf B0-Sterne, wo die Wirkung der Wasserstoffabsorption wahrscheinlich eine kleine ist. Bei den anderen Messungen muss aber diese Wirkung beträchtlich sein.

⁵ Breslau Mitt. IV, 52 (1937).

⁶ Lick Obs. Bull. 17, 461 (1934).

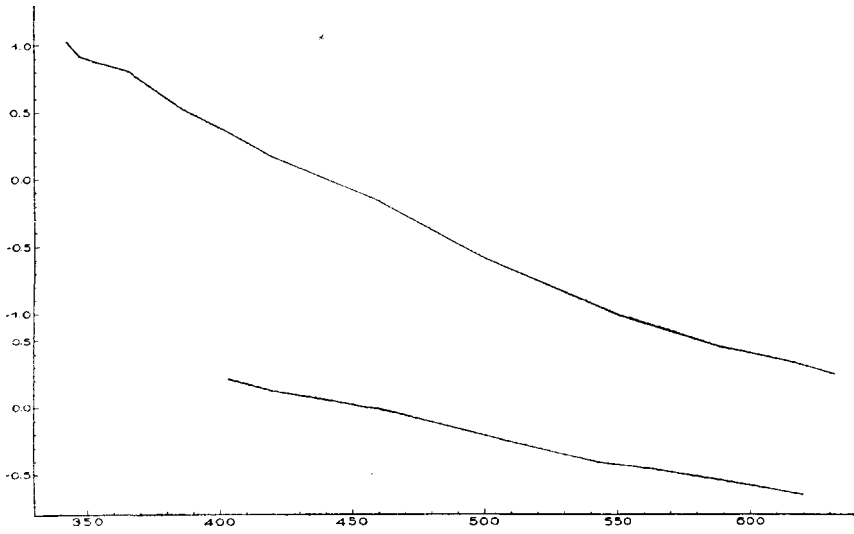


Abb. 1. Abhängigkeit der interstellaren Absorption von der Wellenlänge nach Messungen an NGC 6913 (obere Kurve) und 55 Cygni (untere Kurve). In allen Abbildungen zeigen die Abszissen die Wellenlängen (in $\mu\mu$) und die Ordinaten die Werte der Absorption.

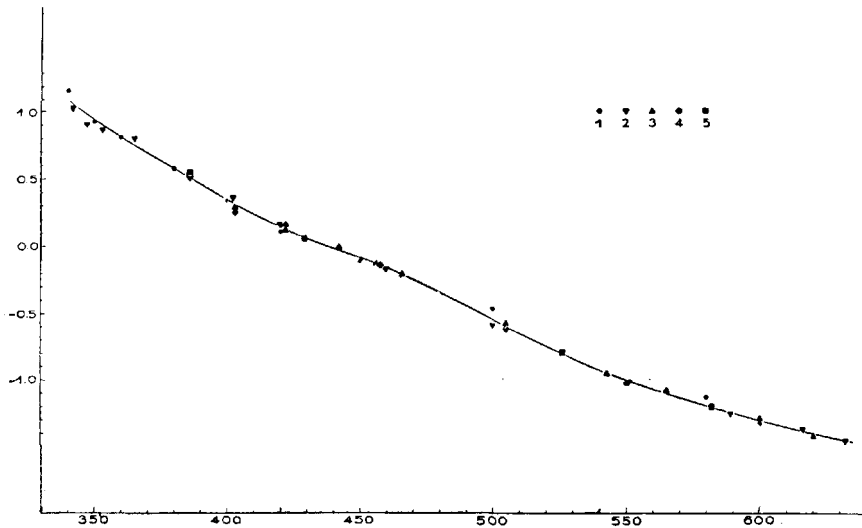


Abb. 2. Abhängigkeit der interstellaren Absorption von der Wellenlänge. Zusammenstellung der Messungen (vgl. Tabelle).

Die dargestellten Kurven zeigen eine verhältnismässig kleine totale Krümmung, welche beinahe dem Gesetze λ^{-1} entspricht (jedenfalls nicht dem Rayleigh'schen Gesetze $\sim \lambda^{-4}$!).

Die Nulllinien der Absorptionskurven sind willkürlich gewählt. Die wirkliche Lage der Nulllinien ist unbekannt, da alle Messungen nur die differentielle Absorption liefern; den absoluten Wert der Absorption können wir auf Grund der Bestimmungen der Beziehung der allgemeinen Absorption zur selektiven nur annähernd schätzen.

Nun entsteht die Frage: ob wir aus solchen zuverlässigen Kurven, wie sie in den Abbildungen 1 u. 2 dargestellt sind, über die Konstitution des absorbierenden Mediums Schlüsse zu ziehen imstande sind? Diese Frage müssen wir, wie aus dem Folgenden zu ersehen ist, negativ beantworten. Teils wegen der Kleinheit des Intervalls der betrachteten Wellenlänge, teils wegen der Unbestimmtheit der Nulllinien kann man den Verlauf der Beobachtungskurven auf ganz verschiedene Weise erklären. Absorbierende Medien von ganz verschiedener Konstitution zeigen bei so engem Intervall von λ , falls die Nulllinie und der Parameter des Verteilungsgesetzes der Partikeln geeignet gewählt sind, beinahe denselben relativen Verlauf der Absorption mit der Wellenlänge.

Als Beispiel haben wir einen Vergleich zwischen der Beobachtungskurve und den Kurven, die zwei diametral entgegengesetzten Annahmen über die Verteilung der Partikeldurchmesser des Mediums entsprechen, durchgeführt. Der ersten Annahme nach besteht das Medium aus Partikeln mit konstantem Durchmesser; der zweiten nach aber sind Partikeln mit allen möglichen Durchmessern d kontinuierlich vorhanden, dargestellt durch das einfache Verteilungsgesetz $\sim d^k$ (vgl. d. folg. Aufsatz). Im ersten Falle ist die absorbierende Wirkung der Partikeln für bestimmte Werte des Durchmessers und der optischen Konstanten nach der Theorie von G. Mie⁷ berechenbar; solche Berechnungen sind von verschiedenen Autoren durchgeführt worden. Den Absorptionsverlauf bei der Durchmesser-Verteilung $\sim d^k$, und für von λ und d unabhängige optische Konstanten hat E. Öpik⁸ untersucht und

⁷ Ann. d. Phys. (4 F.) **25**, 377 (1908).

⁸ H. C. **359**, 7 (1931).

dabei folgende Formel abgeleitet:

$$\sigma = \text{const} \times \lambda^p \int_0^{\infty} y^{p-1} \omega(y) dy,$$

wo σ den Absorptionsbetrag bei der Wellenlänge λ bedeutet, $y = \frac{d}{\lambda}$, $p = k + 3$, und ω das Verhältnis der effektiven Schattenfläche der Partikel zur geometrischen ist.

Das Integral in dieser Formel ist eine von λ unabhängige Konstante, und die Absorption muss also nach dem Gesetze $\sim \lambda^p$ verlaufen. ω ist nur dann eine reine Funktion von y , wenn die optischen Eigenschaften der Partikeln sich nicht mit der Wellenlänge und dem Durchmesser verändern; sonst gilt das Gesetz $\sim \lambda^p$ nur in gewisser Annäherung.

Im Falle sehr kleiner Werte von y wird ω bei nicht-absorbierenden Partikeln y^4 proportional sein (Rayleigh'sches Ges.), bei absorbierenden aber y ; im Falle sehr grosser y -Werte ist dagegen $\omega = 1$. Dementsprechend konvergiert das Integral in der oben gegebenen Formel, wenn $0 > p > -4$ resp. $0 > p > -1$ ist (oder $-3 > k > -7$ resp. $-3 > k > -4$).

Die Abbildungen 3 und 4 enthalten den obenerwähnten Vergleich des beobachteten Verlaufes der Absorption mit dem theoretischen Verlaufe der letzteren. Als Beobachtungskurve ist die Kurve aus Abb. 2 angenommen worden. Die theoretischen Kurven zeigen unseren beiden Annahmen entsprechend den Gang der Absorption bei geeignet gewählten Werten des konstanten Durchmessers, oder bei passendem Werte von k im Verteilungsgesetze $\sim d^k$. Diese Kurven sind mit dünneren Linien dargestellt; die Lage ihrer Nulllinien ist durch die angegebenen Werte der Absorption bei $\lambda \lambda 440$ und $550 \mu\mu$ bestimmt. Abb. 3 repräsentiert den Fall unveränderlicher optischer Konstanten. Die zwei theoretischen Kurven dieser Abbildung, die der Absorption bei konstantem Durchmesser entsprechen, sind für nichtabsorbierende Partikeln (Absorptionsindex = 0) nach Berechnungen von I. Stratton und H. Houghton⁹ (obere Kurve) und für absorbierende Partikeln (optische Konstanten des galvanisch zerstäubten Eisens bei $\lambda 550 \mu\mu$) nach Berechnungen

⁹ Phys. Rev. **38**, 159 (1931).

von C. Schalén¹⁰ gegeben (untere Kurve). Die theoretische Kurve für die zweite Annahme der Konstitution des Mediums stellt das Gesetz $\sim \lambda^{-0.7}$ dar, welches der Durchmesserverteilung $\sim d^{-3.7}$ entsprechen muss (das Integral in der Formel von Öpik ist bei $p = -0.7$ jedenfalls konvergent).

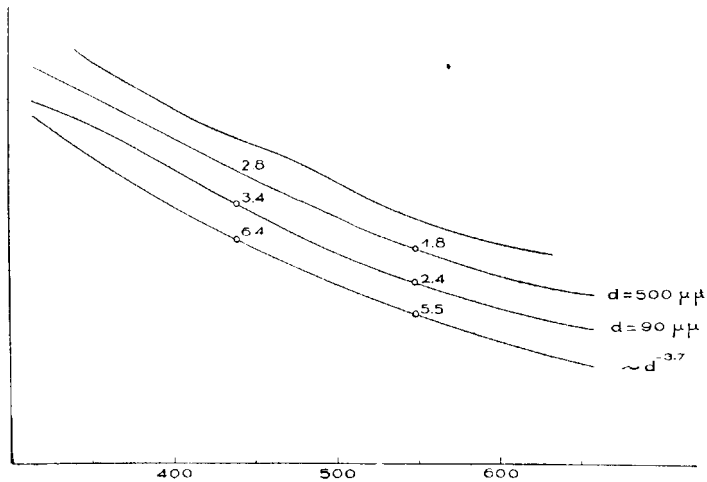


Abb. 3. Vergleich der Beobachtungskurve mit den theoretischen Kurven für den Fall der mit der Wellenlänge nicht veränderlichen optischen Konstanten. Kurven von oben nach unten: 1) Beobachtungskurve; 2) theoretische Kurve für $d = \text{const.} = 500 \mu\mu$ und nicht absorbierende Partikeln; 3) theoretische Kurve für $d = \text{const.} = 90 \mu\mu$ und absorbierende Partikeln mit unveränderlichen opt. Konstanten; 4) theoretische Kurve für das Verteilungsgesetz der Durchmesser $d^{-3.7}$ und unveränderliche optische Konstanten. Der absolute Wert der Absorption ist in den beigegefüzten Zahlen angegeben (für 440 u. 550 $\mu\mu$).

Abb. 4 enthält drei Beispiele für den Fall veränderlicher optischer Konstanten. Die zwei oberen theoretischen Kurven entsprechen den optischen Konstanten des galvanisch zerstäubten Eisens, die zwei mittleren denjenigen des elektrolytischen Nickels und die zwei unteren dem massiven Kupfer. Für die Kurven, die den Absorptionsverlauf bei konstantem Durchmesser geben, sind die Berechnungen von C. Schalén^{10, 11} (Eisen, Nickel und Kupfer) und von E. Schoenberg und B. Jung¹² (Eisen) benutzt worden. Die Kurven der Verteilung d^k sind auf Grund der Berechnungen von Schalén^{10, 11} durch numerische

¹⁰ Upsala Medd. **64**, 1 (1936).

¹¹ Upsala Medd. **58**, 38 (1934).

¹² Breslau Mitt. IV, 66 (1937).

Integration erhalten. Die Integration wurde für $k = -3^{1/3}$, $-3^{1/2}$, $-3^{2/3}$, $-3^{4/5}$ (nur Eisen) und $\lambda\lambda$ 395, 440, 477 (nur Eisen), $550 \mu\mu$ durchgeführt. Bei Kupfer sind für λ $550 \mu\mu$ die Schalén'schen Berechnungen für die opt. Konstanten 0.84; 2.62 benutzt, die sich nicht viel von den wahren Konstanten bei dieser Wellenlänge (0.89; 2.23) unterscheiden. Für die letzteren ist bei

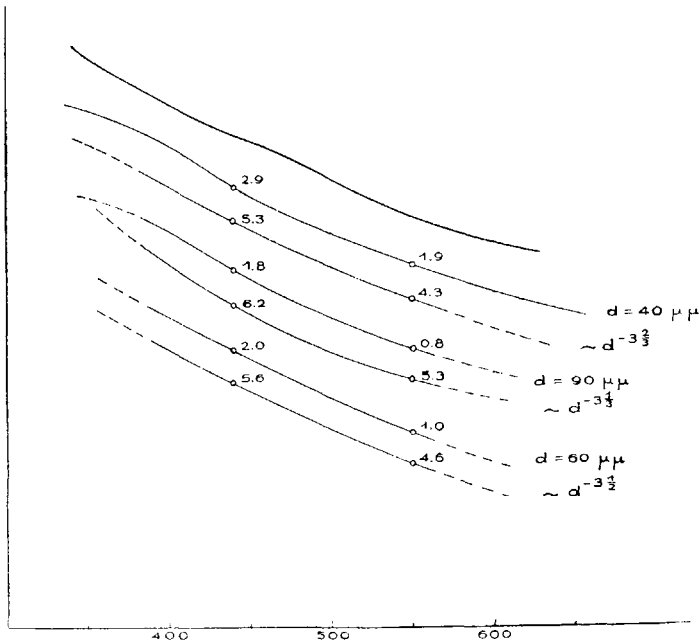


Abb. 4. Vergleich der Beobachtungskurve mit den theoretischen Kurven für den Fall der mit der Wellenlänge veränderlichen optischen Konstanten (Fe, Ni, Cu). Kurven von oben nach unten: 1) Beobachtungskurve; 2) galvanisch zerstäubtes Eisen, $d = 40 \mu\mu = \text{const.}$; 3) dasselbe, Verteilung $d^{-3^{2/3}}$; 4) elektrolytischer Nickel, $d = 90 \mu\mu = \text{const.}$; 5) derselbe, Verteilung $\sim d^{-3^{1/3}}$; 6) massives Kupfer, $d = 60 \mu\mu = \text{const.}$; 7) dasselbe, Verteilung $\sim d^{-3^{1/2}}$.

Schalén die absorbierende Wirkung nicht berechnet. Für grosse Partikeldurchmesser wurde, wo keine direkten Berechnungen vorhanden sind, eine einfache Extrapolationsformel benutzt. Bei (algebraisch) kleinen Werten von k ($k < -3^{1/2}$), die für Eisen zutreffend erscheinen, spielt die Wahl dieser Extrapolationsformel keine wesentliche Rolle; bei grösseren Werten dagegen,

z. B. $k = -3^{1/3}$, wie er für Nickel gewählt ist¹³, kann die ungenaue Extrapolationsformel die Ergebnisse beträchtlich verfälschen, hauptsächlich aber die Lage der Nulllinie beeinflussen.

Aus Abb. 3 u. 4 ist nun zu ersehen, dass bei zwei so verschiedenen Annahmen von der Konstitution des absorbierenden Mediums, wie die hier gemachten, eine gleichgute Übereinstimmung mit den Beobachtungsergebnissen erreicht wurde. Es ist aber nicht möglich, bei einem so beschränkten Intervall von λ eine von diesen zwei Annahmen zu bevorzugen. Der Verlauf der theoretischen Kurven für beide Annahmen ist in diesem Intervall fast derselbe; nur in der Nähe der Grenzen des Intervalls (hauptsächlich bei der unteren Grenze) ist meistens ein gewisser Unterschied zu merken.

Bei grösserem Wellenlängenspielraume ist der Verlauf der Absorption für die beiden Annahmen jedoch ein ganz verschiedener. Wenn man die theoretischen Kurven z. B. in der Richtung der kleineren Wellenlängen fortsetzt, so findet man, dass die Absorption im Falle der d^k -Durchmesserverteilung mit der Abnahme der Wellenlänge bis zu sehr kleinen Wellenlängen nach dem Gesetze $\sim \lambda^p$ (wenigstens durchschnittlich) ansteigt, während bei konstantem Durchmesser das Ansteigen der Absorption bald aufhört und eine unregelmässig absteigende Absorption anfängt¹⁴ (s. Abb. 5; diese Abbildung stellt eine Ergänzung der theoretischen Kurven der Abb. 3 dar). Eine solche absteigende Absorption, z. B. bei den theoretischen Kurven in Abb. 3 und 5 (und auch Nickel in Abb. 4), muss schon bei ca λ 250 $\mu\mu$ anfangen.

Hier sei aber bemerkt, dass das Aufhören des Absorptionsanstiegs mit der Abnahme der Wellenlänge im Falle von absorbierenden Partikeln (grosser Absorptionsindex) sich auch nur bei viel kleineren Wellenlängen vorfinden kann. Wegen der etwaigen Veränderung der optischen Konstanten der Partikeln mit der Wellenlänge kann nämlich der Absorptionsverlauf der

¹³ Bei Nickel ist die Übereinstimmung zwischen der d^k und der Beobachtungskurve bei $k = -3^{1/3}$ ziemlich ungenügend, bei noch grösseren k -Werten ist eine bessere Übereinstimmung zu erwarten.

¹⁴ Da die Partikeln nicht kleiner als Moleküle sein können, muss das Ansteigen der Absorption immer bei einer gewissen Wellenlänge aufhören, jedoch z. B. im Fall der d^k -Verteilung nur bei einer Wellenlänge von der Grössenordnung der Moleküle.

ganz kleinen absorbierenden Partikeln der Beobachtungskurve entsprechen, ohne dass die Veränderung der opt. Konstanten dabei sehr gross zu sein braucht. Bekanntlich ist bei sehr kleinen absorbierenden Partikeln die Absorption λ^{-1} und einem Faktor, der von den optischen Konstanten abhängt, proportional. Unsere Beobachtungskurven sind ja auch in erster Annäherung an das Gesetz λ^{-1} darstellbar (die Kurve $\lambda^{-0.7} = d^{-3.7}$ auf Abb. 3, die ganz gut mit den Beobachtungskurven übereinstimmt, unter-

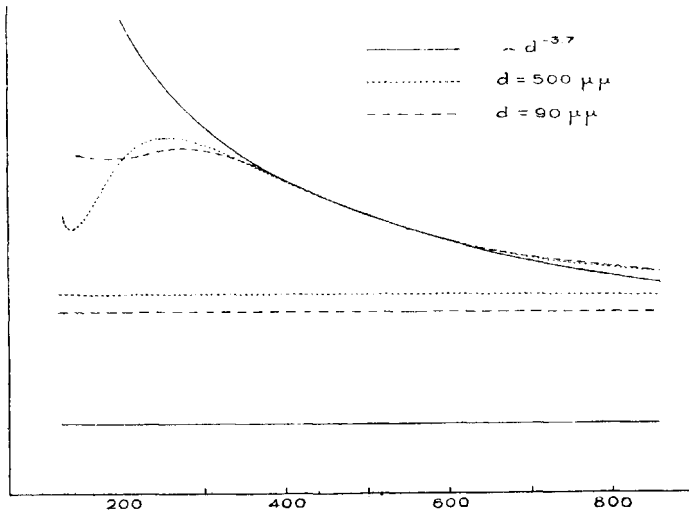


Abb. 5. Die theoretischen Kurven der Abb. 3 auf kleine und grosse Wellenlängen fortgesetzt (die Geraden geben die entsprechenden Nulllinien an).

scheidet sich nur wenig von der λ^{-1} -Kurve). Bei sehr kleinen absorbierenden Partikeln ist aber das Aufhören des Absorptionsanstiegs gerade nur bei kleineren Wellenlängen zu erwarten. Im Falle des galv. zerst. Eisens z. B., bei dem $d = 40 \mu\mu$ zutreffend ist, beginnt die abnehmende Absorption vielleicht erst bei etwa $\lambda = 150 \mu\mu$. In solchem Falle zeigen die Kurven, die den beiden Annahmen entsprechen, auch bei ganz kleinen Wellenlängen nur einen kleinen Unterschied.

Bei grossen Wellenlängen ist ein Unterschied zwischen den den beiden Annahmen entsprechenden Kurven auch vorhanden (s. Abb. 5). Bei der d^k -Verteilung muss die Absorption mit der Zunahme der Wellenlänge schneller abnehmen, als bei konstantem Durchmesser; die Absorptionskurven müssen sich

asymptotisch ihren Nulllinien nähern, wobei die Lage der Nulllinien bei den beiden Annahmen, wie man aus den Abbildungen 3, 4 u. 5 ersehen kann, eine ganz verschiedene ist.

Die Fortsetzung der Messungen in der Richtung der kleinen¹⁵ und grossen Wellenlängen bietet also einige Möglichkeiten, um gewisse Schlüsse über die Partikelverteilung ziehen zu können. Doch können die Ergebnisse kaum sehr sicher sein, da es unbekannt ist, wie sich die effektiven optischen Konstanten der Partikeln mit der Wellenlänge und dem Durchmesser verändern; ihre Bestimmung aus den Messungen selbst ist ebenfalls kaum denkbar. Mit entsprechenden Veränderungen der optischen Konstanten ist es aber möglich, bei ganz verschiedenen Durchmesserverteilungen jedes Absorptionsgesetz zu erklären. Man könnte natürlich annehmen, dass die Änderung der effektiven optischen Konstanten eine genügend kleine sei, was aber sehr fraglich ist (unglatter Gang der Absorptionskurven; s. unten). Es ist wichtig, die Messungen in der Richtung der grossen Wellenlängen fortzusetzen, da es ja mit ihrer Hilfe möglich würde, den Minimalwert der allgemeinen Absorption zu bestimmen. Auf Grund der Kurven in Abb. 1 u. 2 kann man schon sagen, dass die allgemeine photographische Absorption wenigstens $\frac{3}{2}$ der selektiven Absorption (λ 440, 550 $\mu\mu$) ausmachen muss. Nach den Messungen von J. Rudnick⁴ an ζ Persei, die sich bis zu λ 755 $\mu\mu$ erstrecken, ist aber die allgemeine photographische Absorption schon dreimal grösser als die selektive (leider sind diese Messungen ziemlich ungenau; sie sind wegen grosser Dispersion der Messungspunkte in Abb. 2 nicht in Betracht gezogen worden). Auf diesem Wege könnte man natürlich nur eine gewisse untere Grenze der allgemeinen Absorption erreichen; der wahre Wert der allgemeinen Absorption und ihre Beziehung zur selektiven Absorption ist nur auf stellarstatistischem Wege zu bestimmen, wobei das Resultat doch ziemlich unsicher sein dürfte. Die Kenntnis der Werte der allgemeinen Absorption ist aber sehr wichtig, da die Lagen der Nulllinien im Falle desselben Verlaufes der differentiellen Absorption bei verschiedenen Annahmen von der Konsti-

¹⁵ In der Richtung der kleinen Wellenlängen kann man die Messungen nur bis auf etwa λ 290 $\mu\mu$ ausdehnen; bei noch kleineren Wellenlängen ist die irdische Atmosphäre infolge der grossen Absorption des Ozons praktisch undurchsichtig.

tution des absorbierenden Mediums ganz verschieden sein können (wie das bei unseren zwei Annahmen der Fall ist; s. die Abbildungen).

Sehr interessant ist eine Einzelheit der Beobachtungskurven — die Welle bei λ 460 $\mu\mu$. Wenn diese Welle wirklich eine Besonderheit der Absorption darstellen sollte, so wäre die Ursache ihrer Erscheinung wahrscheinlich auf die Veränderung der optischen Konstanten der Partikeln des absorbierenden Mediums mit der Wellenlänge zurückzuführen. Diese Ursache könnte ja ganz beliebige Einzelheiten hervorrufen, während andere mögliche Ursachen, nämlich eine besondere Verteilung der Partikeldurchmesser oder eine besondere Veränderung der opt. Konstanten mit dem Durchmesser, nur spezielle Einzelheiten erzeugen könnten, die durch die Form der Kurven der einzelnen Partikeln bedingt wären. Diese letztgenannten Ursachen könnten auch gewisse Wellen in der Kurve hervorbringen, die sich aber wahrscheinlich in einem grösseren Wellenlängenbereiche abspielen müssten als derjenige der in den Kurven der Abbildungen 1 u. 2 sichtbaren Wellen. Leider ist die genaue Form der Absorptionskurven der einzelnen Partikeln mit im Vergleich zur Wellenlänge grossem Durchmesser, besonders bei absorbierenden Partikeln (Metallen), beinahe ganz unbekannt, so dass es nicht möglich ist, ganz sichere Schlüsse über die Entstehung unserer Welle zu ziehen. Jedenfalls dürfte eine Veränderung der optischen Konstanten mit sich verändernder Wellenlänge ihre a priori wahrscheinlichste Ursache bilden.

Die Annahme einer Unveränderlichkeit der optischen Konstanten wäre also sehr riskant. Wohl aber könnte angenommen werden, dass die Veränderung der effektiven optischen Konstanten der Partikeln mit denen eines gewissen wahrscheinlichen Stoffes identisch sei. Es sei jedoch bemerkt, dass die opt. Konstanten, besonders die opt. Konstanten der Metalle, Veränderungen in deren Bestande und in den Bedingungen gegenüber sehr empfindlich sind. Es steht ja sicher, dass im interstellaren Raume kein reines Metall vorhanden sein kann; die gemessenen optischen Konstanten beziehen sich aber gerade auf reine massive, elektrolytische oder galvanisch zerstäubte Metalle. Ausserdem ist die Veränderung der effektiven optischen Konstanten in Fällen, wo im Vergleich zur Wellenlänge die Partikeln gross oder klein sind, fast sicher eine verschiedene da

im ersten Falle die absorbierenden (Metalle) und nichtabsorbierenden (Nichtmetalle) Partikeln beinahe gleich wirksam sind, im zweiten Falle aber die absorbierenden Partikeln viel wirksamer sein können.

Zum Schluss sei bemerkt, dass es ziemlich wahrscheinlich ist, dass Partikeln mit einem bestimmten Durchmesser bevorzugt sind, d. h. dass in der Verteilungskurve der Durchmesser ein scharfes Maximum hervortritt. Im letzteren Falle ist die Entstehung der erwähnten Absorptionsbesonderheit (Welle) leichter zu begreifen. Ein bevorzugter Durchmesser entspricht unserer ersten Annahme über die Konstitution des absorbierenden Mediums; solche Wellen in der Absorptionskurve könnten einige Gründe für diese Annahme, die in den Arbeiten von Schalén^{10, 11} eine besondere Rolle spielt, liefern. Jedoch ist auch bei der d^k -Verteilung im Falle $k < -4$ (absorbierende Partikeln; bei nichtabsorbierenden $k < -7$) ein genügend bevorzugter Durchmesser — und zwar der kleinste — vorhanden.