ZU H. VOGTS ANSICHTEN ÜBER DIE OBERE GRENZE DER STERNMASSEN

VON

WILHELM ANDERSON

TARTU 1936

K. Mattiesens Buchdr. Ant.-Ges., Tartu 1936.

Bekanntlich erklärt H. Vogt die Existenz einer oberen Grenze der Sternmassen u. a. dadurch, daß (wenn kQ gegen das Sternzentrum anwächst) sich vom Sternzentrum ausgehend eine Zone ausbilde, in der sich keine Materie mehr aufhalten kann, sondern nur strahlende Energie. Beim Übergange zu immer größeren Sternmassen werde die erwähnte „leere" Zone immer ausgedehnter, wodurch der Stern immer mehr an Stabilität verliere, indem er sich immer mehr dem unmöglichen Grenzzustand nähere, bei welchem alle Materie in einer unendlich dünnen Kugelschale vereinigt ist. Dies Resultat glaubt Vogt aus den Gleichungen

$$k \,.\, Q = 4\,\pi c G\,(1-\beta)\left[1 + \psi(\mathfrak{r})\,\frac{\beta}{4-3\beta}\right] \tag{1}$$

und

$$\frac{1-\beta}{\beta^4} = \varphi(\mathfrak{r}) \cdot \frac{1}{(1+\xi)^4} \cdot M^2 m^4 \tag{2}$$

folgern zu dürfen.

Ich habe nun unlängst darauf hingewiesen, daß die Bedingung (1) unmöglich im Gebiete der obenerwähnten zentralen „leeren" Zone erfüllt sein kann[1]). Für diese Zone ist doch offenbar $kQ = 0$ zu setzen, so daß (1) in

$$0 = 4\,\pi c G(1-\beta)\left[1 + \psi(\mathfrak{r})\,\frac{\beta}{4-3\beta}\right] \tag{3}$$

übergeht. Daraus folgt aber

$$(1-\beta) = 0,$$

was unmöglich ist, denn dies würde ja bedeuten, daß in dieser nur mit strahlender Energie angefüllten Zone der Strahlungsdruck gleich Null sei.

---

[1]) W. Anderson, Publ. de l'Observatoire Astronomique de l'Université de Tartu **29**,1 = Acta et Commentationes Universitatis Tartuensis (Dorpatensis) A XXIX.$_9$ S. 131 f. (1936).

Gegen meine Kritik wendet sich nun Vogt mit einer sehr scharfen Antikritik[2]), wo er sich über meine Beweisführung folgendermaßen ausdrückt: „Zu dieser Beweisführung, über die man schon mehr als staunen muß.... Denn die Gleichung (3) wird natürlich nicht nur durch $(1-\beta)=0$, sondern auch durch

$$\left[1+\psi(\mathfrak{r})\,\frac{\beta}{4-3\beta}\right]=0 \tag{4}$$

befriedigt".

Ich fürchte, daß Vogts „Staunen" voreilig gewesen ist. Vogt sagt ja an einer anderen Stelle: „... aber es bleiben dann doch jedenfalls, worauf es uns bei dieser Betrachtung ankommt, $\psi(\mathfrak{r})$ und $\chi(\mathfrak{r})$, ebenso wie auch ξ, endliche Größen, wenn nur die Abweichungen von den gewöhnlichen Gasgesetzen nicht unendlich groß sind, bzw. die Sternmaterie nicht vollkommen inkompressibel ist" [3]). In der „leeren" Zone ist die Gasdichte gleich Null und der Gasdruck ebenfalls gleich Null. Liegt darin ein Verstoß gegen die gewöhnlichen Gasgesetze? — Keinesfalls, denn nach diesen Gesetzen muß der Gasdruck tatsächlich gleich Null werden, sobald die Gasdichte gleich Null wird. Also kann $\psi(\mathfrak{r})$ nach Vogts eigenen Worten in der erwähnten Zone nicht unendlich groß werden. Da dort andererseits $\beta=0$ ist, so wird Vogts Ansatz (4) zur Unmöglichkeit. Statt (4) hat man für die „leere" Zone offenbar

$$\left[1+\psi(\mathfrak{r})\,\frac{\beta}{4-3\beta}\right]=1 \tag{5}$$

zu schreiben. Damit kann Vogts „Antikritik" als erledigt betrachtet werden.

Ich hatte noch einen anderen Einwand erhoben. Sobald sich eine kleine aus reiner strahlender Energie bestehende „Blase" ausbilden würde, müßte sie nach dem Archimedischen Gesetze nach oben steigen. Sollte sich an derselben Stelle eine zweite „Blase" bilden, so erleidet sie dasselbe Schicksal, u. s. w. Die Masse des Sternes kann so groß sein, wie sie will, und die Energiequellenverteilung ganz beliebig: niemals wird das Archimedische

[2]) H. Vogt, Astron. Nachrichten **260**, 281, 1936.

[3]) H. Vogt, Veröffentlichungen der Universitäts-Sternwarte zu Jena Nr. **2**, S. 4 (1929).

Gesetz die Entstehung einer ausgedehnten „leeren“ Zone (die dem Stern „gefährlich“ werden könnte) zulassen.

Auf diesen Einwand weigert sich Vogt einzugehen (!).

Man kann gegen die Möglichkeit einer „leeren“ Zone noch einen anderen Einwand erheben. An der Peripherie der „leeren“ Zone werden sich doch viele Atome befinden, deren Geschwindigkeiten mehr oder weniger genau zum Sternzentrum gerichtet sind. Durch welchen Mechanismus können derartige Atome am Eindringen in die „leere“ und für gewöhnliche Materie „verbotene“ Zone verhindert werden? — In der „leeren“ Zone (wo nur strahlende Energie vorhanden ist) gibt es ja keine Energiequellen, also auch keine nach außen gerichtete Nettoströmung strahlender Energie, welche die von allen Seiten hereindringenden Gasatome, Ionen und Elektronen „zurückblasen“ könnte.

Bei extremer Temperatur entsteht eine neue Schwierigkeit: die „Paarbildung“ nach Dirac. In einem solchen Falle wird sich in der „leeren“ und für Materie „verbotenen“ Zone (trotz des Verbots) Materie aus strahlender Energie bilden. —

Gehen wir jetzt zu anderen Fragen über.

Um Abweichungen von den gewöhnlichen Gasgesetzen Rechnung zu tragen, setzt Vogt den Gasdruck gleich

$$p = \frac{\mathfrak{R} \varrho T (1 + \xi)}{m}, \tag{6}$$

wo ξ eine variable Größe ist, die, je nachdem sich die Sternmaterie inkompressibler oder kompressibler als ein vollkommenes Gas verhält, positiv oder negativ ist. Verhält sich die Sternmaterie wie ein vollkommenes Gas, so ist $\xi = 0$ zu setzen. Dagegen sei $\xi = \infty$ gleichbedeutend mit absoluter Inkompressibilität der Sternmaterie [4]).

Gegen letztere Behauptung muß ich aber Einspruch erheben. Z. B. Gasentartung stellt ja auch eine Abweichung von den idealen Gasgesetzen dar. Natürlich kann jeder beliebige Entartungsdruck (bei passender Wahl von ξ) durch (6) ausgedrückt werden. Bei $T = 0$ geht p in den Nullpunktsdruck über, der doch eine endliche und von Null verschiedene Größe darstellt. Ist aber $T = 0$ und ist dabei p von Null verschieden, so kann (6) nur

[4]) Ebenda, S. 3 f.

dann befriedigt werden, wenn $\xi = \infty$ ist. Trotzdem wird doch niemand behaupten wollen, daß entartetes Gas bei $T = 0$ immer absolut inkompressibel sei! — Wir sehen also, daß $\xi = \infty$ durchaus nicht immer die absolute Inkompressibilität der Sternmaterie zu bedeuten braucht.

Vogt findet, daß die Existenz eines Sternes nur dann möglich sei, wenn kQ innerhalb bestimmter Grenzen variiert. Je größer die Masse des Sternes ist, desto geringeren Spielraum habe kQ. Bei unendlich großer Masse sei überhaupt ein Aufbau nur noch bei einer ganz bestimmten Verteilung der Energiequellen möglich, nämlich wenn die Größe kQ für das ganze Sterninnere gleich einer Konstanten, nämlich gleich

$$kQ = 4\pi c G \tag{7}$$

ist. Vogt glaubt ein solches Resultat aus (1) und (2) ableiten zu können. Dabei nimmt Vogt als eine Selbstverständlichkeit an, daß wenn $kQ = \text{const.}$ und $M = \infty$ ist, $1 - \beta = 1$ sein müsse; ist die Masse zwar endlich, aber extrem groß, so könne $1 - \beta$ nur wenig von 1 verschieden sein. Vogt scheint zu glauben, daß dies ein absolutes Gesetz sei, welches überall und zu allen Zeiten gelten müsse. Vogt irrt sich aber! — Nehmen wir an, daß die anfängliche Masse extrem groß sei, und daß die Energiequelle in der Verwandlung von Wasserstoff in Helium bestehe (eine bekannte Hypothese, die besonders von Eddington vertreten wird). Wird in diesem Falle $1 - \beta$ in alle Ewigkeit wenig verschieden von 1 bleiben? — Natürlich nicht! Im Verlaufe der Zeit wird die Energiequelle mehr und mehr versiegen, so daß die innere Temperatur schließlich zu sinken beginnen wird, und dann muß $1 - \beta$ nolens volens von 1 abrücken. Im Endstadium ist die Temperatur auf 0^0 abs. herabgesunken, und dann ist $1 - \beta = 0$; der Stern kann jetzt nur noch Nullpunktsenergie enthalten. Die Gleichung (2) ergibt dann

$$\varphi(\mathfrak{r}) \frac{1}{(1+\xi)^4} = 0,$$

was aber durchaus nicht zu bedeuten braucht, daß das entsprechende entartete Gas absolut inkompressibel sei. Dabei hat sich die Masse des Sternes im Verlaufe des „Sternlebens“ infolge von Ausstrahlung zwar verringert, aber nur sehr unbedeutend (wenn nämlich die Verwandlung von Wasserstoff in Helium die

Hauptenergiequelle darstellt). Somit stellt ein beliebig kleiner Wert von $1-\beta$ bei beliebig großer Masse nichts für das Gleichgewicht prinzipiell Unmögliches dar. Dann kann aber nach (1) auch kQ bei beliebig großem M beliebig nahe an Null heranrücken, ohne daß dabei der Sternaufbau zur prinzipiellen Unmöglichkeit würde. Statt (7) hat man daher

$$kQ \leqq 4\pi c G \tag{8}$$

zu setzen. Dann kann aber auch von einem „immer enger werdenden Spielraume“ für kQ bei wachsendem M nicht die Rede sein.

Schon Eddington hat darauf hingewiesen, daß k der Bedingung

$$k < 4\pi c G M/L$$

genügen muß[5]), was mit

$$kQ < 4\pi c G$$

gleichbedeutend ist. Der Grund liegt darin, daß ein zu großes kQ den Stern auseinandersprengen müßte. Die Notwendigkeit einer oberen Grenze für kQ hat somit einen vernünftigen und für jedermann einleuchtenden Grund. Womit will man aber die angebliche Notwendigkeit einer unteren Grenze für kQ begründen? — Ein „zu kleines“ kQ wird doch das Zusammenballen von Materie zu einem Stern noch weniger verhindern können, als ein kQ innerhalb der von Vogt zugelassenen Grenzen. —

Nur in einem Punkte muß ich Herrn Vogt recht geben. Zur Erklärung dafür, warum es keine Sterne von extrem großer Masse gibt, habe ich eine eigene Theorie aufgestellt. Nun bemerkt dazu Vogt, daß meine Theorie gar nichts Neues darstelle, daß er, Vogt, eine ähnliche Theorie schon längst aufgestellt habe, und zwar in einer strengeren und allgemeineren Form. Wie ich mich nachträglich überzeugen mußte, stimmt dies tatsächlich. Dies ist aber auch der einzige Punkt, wo ich mich veranlaßt sehe, Herrn Vogt recht zu geben.

5) A. S. Eddington, Der innere Aufbau der Sterne, S. 142, Berlin 1928.